ESTUDIO ALGEBRAICO DE CIERTAS LOGICAS NO-CLASICAS MEDIANTE PRODUCTO DE ALGEBRAS

Manuel Fidel y Diana Brignole

INTRODUCCION

De la misma forma que el álgebra de Boole ha servido como instrumento algebraico para el estudio de la lógica clásica, en los últimos años se han introducido y estudiado una gran variedad de álgebras con análoga utilidad para el estudio de lógicas no-clásicas. Una síntesis general de tales estudios se puede encontrar en Rasiowa (3).

En estas teorías se encuentran muchas semejanzas y analogías, lo que sugiere la existencia de principios o métodos unificadores o más generales. Una tal posibilidad se le ha presentado al primero de los autores al estudiar en forma algebraica un sistema proposicional de Nelson en (1), utilizando pares de elementos de un álgebra de Heyting.

Se ha visto así que sería posible utilizar n-uplas de álgebras conocidas para el estudio de ciertas álgebras originadas por lógicas no-clásicas, con claras ventajas técnicas.

Comenzaremos aquí con uno de los ejemplos más simples, las álgebras de Morgan (o pseudo-boolean como se denominan en Rasiowa (3)). Veremos que el estudio de estas álgebras - que sirven de base para muchas otras - es equivalente al de pares de elementos de un reticulado. Además, muchas de sus propiedades algebraicas son reducibles a propiedades de reticulados, siendo las demostraciones de gran sencillez.

Podemos considerar nuestras álgebras producto como una teoría alternativa a las álgebras de Morgan, o como un camino para probar fácilmente resultados en estas últimas, o bien para hallar resultados heurísticamente.

Esperamos que los conceptos que se introducirán a continuación serán aplicables en forma análoga a otras estructuras algebraicas de motivación lógica.

1. DEFINICION DE P-ALGEBRA DE MORGAN

Definiremos aquí las estructuras algebraicas que son el objeto de nuestro estudio.

Definición. Sea R un reticulado distributivo, con las operaciones: $\wedge$ (ínfimo), $\vee$ (supremo) y con 0 (primer) y 1 (último elemento). Sea R^* el reticulado R con el orden dual. Un álgebra producto de Morgan, o más brevemente, una P-álgebra de Morgan, es un subconjunto no vacío, M , de $R \times R^*$, tal que:

1) $(0,1),(1,0) \in M$.

2) Si $(x_1,x_2) \in M$, entonces $(x_2,x_1) \in M$.

3) Si $(x_1,x_2),(y_1,y_2) \in M$, entonces $(x_1\wedge y_1,x_2\vee y_2) \in M$.

Es natural, dados $x=(x_1,x_2)$, $y=(y_1,y_2) \in M$, definir las siguientes operaciones:

$\sim x=(x_2,x_1)$

$x \wedge y = (x_1 \wedge y_1,\ x_2 \vee y_2)$

$x \vee y = (x_1 \vee y_1,\ x_2 \wedge y_2)$

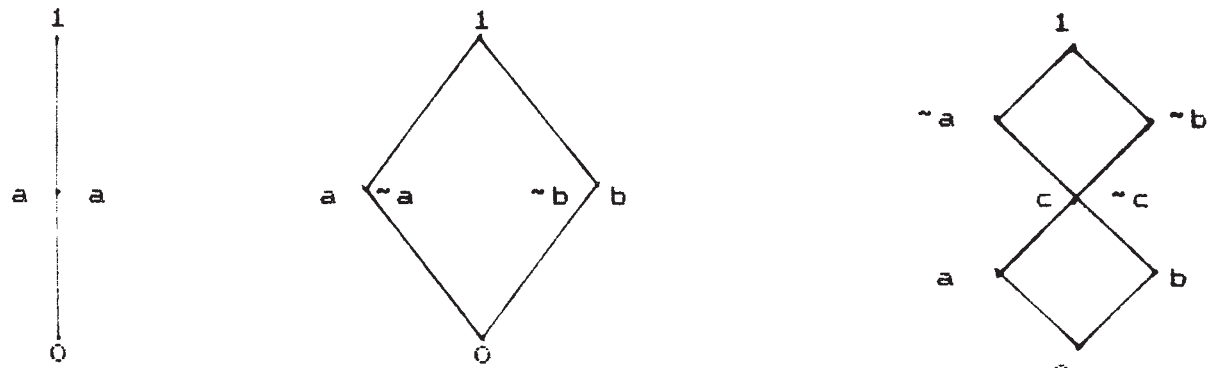
y definir las constantes: $1=(1,0)$ y $0=(0,1)$.

Observación. La definición de P-álgebra se podría enunciar más simplemente de esta manera: Sea R un reticulado. Considerando en $R\times R^*$ las operaciones como se indica más arriba, una P-álgebra es un subreticulado X de $R\times R^*$ tal que si $(x_1,x_2) \in X$, entonces $(x_2,x_1) \in X$.

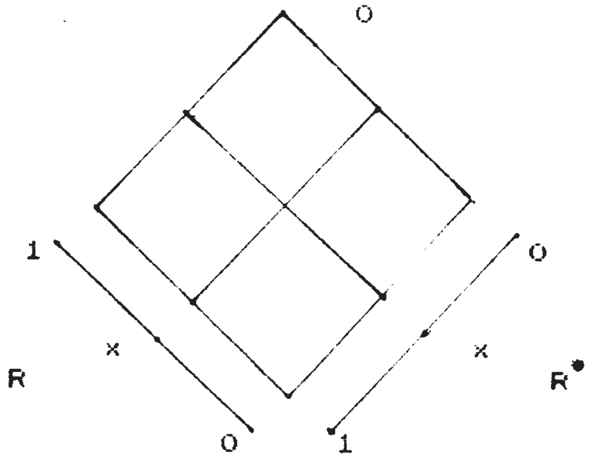
Hacemos notar que no necesitamos postular ninguna propiedad para nuestras operaciones.

Observamos también que nuestra definición no significa pérdida de generalidad con respecto a la de álgebra de Morgan, ya que en las P-álgebra no se utiliza más que el concepto de reticulado, mientras que en la definición de álgebra de Morgan se utiliza el concepto de reticulado con operaciones y propiedades adicionales.

Veamos algunos ejemplos sencillos de P-álgebra de Morgan:



todas ellas subreticulados de $R\times R^*$ como se verifica fácilmente.



2. EQUIVALENCIA ENTRE P-ALGEBRAS Y ALGEBRAS DE MORGAN.

Veamos ahora que puede establecerse una equivalencia entre nuestras P-álgebras y las álgebras de Morgan. Para ello recordemos la definición de álgebra de Morgan o "quasi-boolean algebra" (ver Rasiowa (3), Monteiro (2)).

$(A, 1, \wedge, \vee, \sim)$ se dice un álgebra de Morgan si $(A, 1, \wedge, \vee)$ es un reticulado distributivo con primer elemento: 1, y $\sim$ es una operación unaria que satisface las condiciones siguientes:

$\sim \sim a = a$

$\sim (a \vee b) = \sim a \wedge \sim b$

Comencemos viendo que toda P-álgebra es un álgebra de Morgan. Sea A una P-álgebra, como las operaciones de $\wedge$ y $\vee$ en A son las operaciones propias de un producto de reticulados distributivos, y como A es un subreticulado del producto, concluímos que A es un reticulado distributivo.

Las propiedades de la negación se verifican trivialmente. Por ejemplo,

dado $x \in A$, $\sim \sim x = \sim \sim (x_1,x_2) = \sim (x_2,x_1) = (x_1,x_2) = x$

Es claro que $0 = (0,1)$ y $1 = (1,0)$ son el primer y último elemento de A.

Para la recíproca, vamos a establecer una representación en la cual toda álgebra de Morgan puede sumergirse en el producto de dos reticulados con las características indicadas en la definición de P-álgebra. Esencialmente la representación consiste en asignar coordenadas a cada elemento del álgebra de Morgan A.

Para la demostración utilizaremos la función φ (que Rasiowa denomina quasi-complementación) definida sobre la familia de los filtros primos de A por: $\varphi(P) = A - (\sim P)$, donde $\sim P = \{\sim x : x \in P\}$. Para más detalles ver Rasiowa (3). En lo que sigue utilizaremos con libertad las propiedades conocidas de los filtros primos de un reticulado distributivo.

Deseamos hacer notar que no es necesario el uso de esta función en el estudio de las P-álgebras que haremos posteriormente, pero este trabajo aclarará el significado de dicha función.

Sea $\mathfrak{P}_1$ una familia de filtros primos de A tal que $\mathfrak{P}_1 \cup \varphi(\mathfrak{P}_1)$ coincide con la familia $\mathfrak{P}$ de todos los filtros primos de A. Sea I tal que card(I)=card($\mathfrak{P}_1$). Podemos escribir entonces $\mathfrak{P}_1 = \{P_i\}_{i\in I}$.
Sea $R = \prod_{i\in I} R_i$, donde $R_i = \{0,1\}$, para todo $i\in I$.
Definimos $f : A \to R \times R^*$ por:
$f(x) = ((x_i^1),(x_i^2))$, donde para todo $i\in I$, $x_i^1 = 1$ sii $x \in P_i$, $x_i^2 = 0$ sii $x \in \varphi(P_i)$.

Entonces:

1) f es biunívoca.

2) $f(x\wedge y) = f(x) \wedge f(y)$

3) $f(\sim x) = \sim f(x)$

4) $f(x\vee y) = f(x) \vee f(y)$

5) $f(1) = ((1),(0))$

Verifiquemos 1) a título de ejemplo.

Sean $f(x)=(x_1,x_2)$, $f(y)=(y_1,y_2)$, con $x\neq y$.

Si $x\neq y$ existe $P \in \mathfrak{P}$ tal que $x\in P$, $y\notin P$. Dado P, ó $P\in\mathfrak{P}_1$, ó $\varphi(P) \in \mathfrak{P}_1$

Si $P=P_i \in \mathfrak{P}_1$, entonces $x_i^1=1$, $y_i^1=0$ y por lo tanto $x_1 \neq y_1$. Análogamente si $P=\varphi(P_i) \in \varphi(\mathfrak{P}_1)$, resulta $x_2 \neq y_2$. En cualquier caso, $f(x) \neq f(y)$.

Observación 1: La representación anterior no es única, dependiendo de la familia $\mathfrak{P}_1$ de filtros primos que se elija.

Observación 2: Una tal familia $\mathfrak{P}_1$ existe. Basta tomar $\mathfrak{P}$.

De ahora en adelante nos ocuparemos de P-álgebras de Morgan.

3. FILTROS. HOMOMORFISMOS. REPRESENTACION.

Sea A una P-álgebra, $A \subseteq R \times R^*$, para un cierto reticulado distributivo R.

Observemos que, como conjuntos, $proy_1(A) = proy_2(A)$.
En efecto, sea $x_1 \in proy_1(A)$. Luego existe $x=(x_1,x_2) \in A$, de donde $\sim x=(x_2,x_1) \in A$, y por lo tanto, $x_1 \in proy_2(A)$. La otra inclusión resulta en forma análoga.

Veamos que $proy_1(A)$ es un subreticulado de R. Por ejemplo, verifiquemos que si $x_1, y_1 \in proy_1(A)$, entonces $x_1 \wedge y_1 \in proy_1(A)$. En efecto, sean $x=(x_1,x_2)$, $y=(y_1,y_2) \in A$. Entonces $x \wedge y = (x_1 \wedge y_1, x_2 \vee y_2) \in A$, y por lo tanto $x_1 \wedge y_1 = proy_1(x \wedge y) \in A$.

De lo anterior resulta que podemos suponer sin inconvenientes que, como conjuntos, $proy_1(A) = proy_2(A) = R$. Diremos en este caso que R es el reticulado base de A, ó que A es una P-álgebra de base R.

Veamos algunas propiedades de los filtros primos en una P-álgebra.

1. Todo filtro primo P puede escribirse como $P=A \cap (P_1 \times I_1)$ donde $P_1=\text{proy}_1 P$, $I_1=\text{proy}_2 P$ (y donde por lo tanto, P_1 e I_1 son respectivamente un filtro primo y un ideal primo de R).

Veamos que $A \cap (P_1 \times I_1) \subseteq P$. Sea $x=(x_1,x_2) \in A \cap (P_1 \times I_1)$, es decir, $(x_1,x_2) \in A$ y $x_1 \in P_1=\text{proy}_1 P$, $x_2 \in I_1=\text{proy}_2 P$. Luego existen (x_1,y_2), $(y_1,x_2) \in P$, y por lo tanto, de $(x_1,y_2) \leq (x_1,0)$ y $(y_1,x_2) \leq (1,x_2)$ resulta $(x_1,0) \in P$ y $(1,x_2) \in P$, y por lo tanto $(x_1,0) \wedge (1,x_2) = (x_1,x_2) \in P$, por propiedades de filtros primos en un reticulado. La otra inclusión es inmediata.

2. Todo filtro primo P puede escribirse como

$$P=(A \cap (P_1 \times R)) \cap (A \cap (R \times I_1))$$

donde R es el reticulado base de A.

Inmediato a partir de la propiedad anterior y teniendo en cuenta que $(P_1 \times R) \cap (R \times I_1)= P_1 \times I_1$.

3. Dado un filtro primo P, ó $P = A \cap (P_1 \times R)$, ó $P = A \cap (R \times I_1)$.

Inmediato de lo anterior, por una propiedad conocida de los filtros primos.

4. Dado un filtro primo P, si $P= A \cap (P_1 \times R)$ entonces $\varphi(P) = A \cap (R \times CP_1)$, y si $P= A \cap (R \times I_1)$ entonces $\varphi(P) = A \cap (CI_1 \times R)$ (donde $CX = R-X$).

Consideremos en primer lugar $P=A \cap (P_1 \times R)$.

Entonces $x=(x_1,x_2) \in \varphi(P)$ sii $(x_1,x_2) \notin \sim P$ sii $(x_2,x_1) \notin P$ sii $(x_2,x_1) \notin P_1 \times R$ sii $x_2 \notin P_1$ sii $(x_1,x_2) \in A \cap (R \times CP_1)$.

El otro caso se demuestra en forma análoga.

La propiedad anterior aclara el rol de los filtros primos P y $\varphi(P)$ en una P-álgebra.

Observemos ahora que si A es una P-álgebra de base R, y $g:R\longrightarrow R'$ es un homomorfismo de reticulado, entonces $h=(g,g)$ determina una imagen homomórfica de A. Esto es, que $h(A) \subseteq R'\times(R')^*$ es una P-álgebra que es homomorfa a A. Esto no implica, por supuesto, que si A y A' son P-álgebras de base R y R' respectivamente, y R y R' son homomorfas, sean A y A' homomorfas.

Probaremos que todas las imágenes homomórficas de una P-álgebra se pueden obtener de este modo, es decir, mediante los homomorfismos de la base a través de la correspondencia: $h\longleftrightarrow(g,g)$.

Sea entonces h un homomorfismo, $h:A\longrightarrow A'$, donde A y A' son P-álgebras de base R y R' respectivamente.

Y sea $\mathfrak{P} =\{P\colon P=h^{-1}(\ Q\ ),\ Q\colon$ filtro primo de $A'\}$.

Si $P \in \mathfrak{P}$, entonces P es un filtro primo de A, y por lo tanto $P= A \cap (P_1\times R)$ ó $P= A \cap (R\times I_1)$, de acuerdo a una propiedad anterior.

Sean $\mathfrak{P}_1=\{P_1\colon P=A \cap (P_1\times R),\ P \in \mathfrak{P}\}$, $\mathfrak{P}_2=\{CI_1\colon P=A \cap (R\times I_1),\ P \in \mathfrak{P}\}$

La familia de filtros primos $\mathfrak{P}_1$ determina un homomorfismo g_1 de reticulado entre las bases R y R'.

En efecto, definiendo $x_1\equiv y_1$ sí y solo sí x_1, y_1 pertenecen a los mismos filtros de la familia $\mathfrak{P}_1$, se tiene una relación de congruencia que origina un homomorfismo g_1: $x_1\equiv y_1$ sii $g_1(x_1)=g_1(y_1)$.

En forma análoga la familia de filtros primos $\mathfrak{P}_2$ determina un homomorfismo g_2 de reticulado. Veamos que $g_1= g_2$. Es suficiente probar que $\mathfrak{P}_1= \mathfrak{P}_2$.

En efecto, sea $P_1 \in \mathfrak{P}_1$, entonces existe un filtro primo P de A tal que $P= A \cap (P_1 \times R)$. Luego $P'= A \cap (R\times CP_1)$ es también un filtro primo de A y escribiendo $I_1= CP_1$, se tiene $P_1 \in \mathfrak{P}_2$. Es decir, $\mathfrak{P}_1 \subseteq \mathfrak{P}_2$, y la otra inclusión se prueba de forma análoga. Escribiremos $g_1= g_2= g$.

Observemos que

1. $h(x)=h(y)$ sí y solo sí x e y pertenecen a los mismos filtros primos P, por propiedad de homomorfismo de reticulado.
2. Si $h(x)=h(y)$, siendo $x=(x_1,x_2)$, $y=(y_1,y_2)$ entonces $g(x_1)=g(y_1)$.

En efecto, sea $x_1 \in P_1$ y $P_1 \in \mathfrak{P}_1$. Luego $(x_1,x_2) \in P=A \cap (P_1 \times R)$.
De $h(x)=h(y)$, por la propiedad anterior, resulta $y \in P$ y por lo tanto $y_1 \in P_1$. Es decir, x_1, y_1 pertenecen a los mismos filtros de $\mathfrak{P}_1$. Luego $g(x_1) = g(y_1)$.

3. Si $h(x) = h(y)$, siendo $x = (x_1,x_2)$, $y = (y_1,y_2)$ entonces $g(x_2) = g(y_2)$.
4. Si $g(x_1) = g(y_1)$ y $g(x_2) = g(y_2)$ entonces $h(x) = h(y)$.

Supongamos por el absurdo que $h(x)\neq h(y)$. Entonces existe P tal que $x \in P$, $y \notin P$, siendo, por ejemplo, $P= A \cap (P_1\times R)$. De $x \in P$ resulta que $x_1 \in P_1$ y de $y \notin P$ resulta que $y_1 \notin P_1$.
Luego $g(x_1) \neq g(y_1)$.

Finalmente veamos que si A′ es una imagen homomórfica de A por medio de h, entonces la imagen homomórfica A′′ de A por medio de (g,g) es isomorfa a A′.

Definimos $f:A' \longrightarrow A''$ como sigue:
Dado $x' \in A'$, existe $x=(x_1,x_2) \in A$ tal $h(x)=x'$. Entonces definimos $f(x')=(g(x_1),(x_2)) \in A''$.

Veamos que:

1. f está bien definida.

En efecto, si existe un $y=(y_1,y_2)$ tal que $h(y)=x'$, de $h(x)=h(y)$ resulta $g(x_1)=g(y_1)$, $g(x_2)=g(y_2)$ por propiedad anterior, luego $(g(x_1),g(x_2))=(g(y_1),g(y_2))$.

2. f es un homomorfismo.

3. Si $f(x')=f(y')$ entonces $x'=y'$

En efecto, si $f(x)=f(y)$ entonces $(g(x_1),g(x_2))=(g(y_1),g(y_2))$, de donde $g(x_1)=g(y_1)$, $g(x_2)=g(y_2)$, y por lo tanto $h(x)=h(y)$, esto es, $x'=y'$, por propiedades anteriores.

Corolario: Toda imagen homomórfica de una P-álgebra A con base R_A puede obtenerse como restricción a A de las imágenes homomórficas de la P-álgebra $R_A\times R_A^*$.

En efecto, es claro que restringiendo a A las funciones que dan las imágenes homomórficas de $R_A\times R_A^*$, obtenemos imágenes homomórficas de A. Sea ahora B una P-álgebra con base R_B, imagen de A por un homomorfismo h.

Como se indicó, es posible construir un homomorfismo de reticulado $g:R_A\longrightarrow R_B$. Sea $f:R_A\times R_A^*\longrightarrow R_B\times R_B^*$ definida por $f(x_1,x_2) = (g(x_1),g(x_2))$, para todo $x_1,x_2 \in R_A\times R_A^*$.

Es claro que mediante f, $R_B\times R_B^*$ es una imagen homomórfica de $R_A\times R_A^*$, y que la restricción de f a A es el homomorfismo h dado.

<u>Observación:</u> Se verifica fácilmente que si $h = (g,g)$ es un homomorfismo, h es un isomorfismo de P-álgebra si y solo si g es

un isomorfismo de reticulado.

Observación: Las únicas P-álgebras irreducibles, es decir que solo poseen imágenes homomórficas triviales, son las subálgebras de $T_o = \{0,1\} \times \{1,0\}$.

En efecto, de acuerdo al teorema anterior para que una P-álgebra no tenga imágenes homomórficas propias es necesario y suficiente que su reticulado base no las tenga. Por lo tanto, ya que $\{0,1\}$ es el único reticulado simple, dicha P-álgebra debe ser subálgebra de $\{0,1\} \times \{1,0\}$.

4. P-ALGEBRAS LIBRES DE MORGAN.

Definimos a la P-álgebra engendrada por un subconjunto G de un producto $R \times R^*$, siendo R un reticulado, como la menor P-álgebra de $R \times R^*$ que contiene a G. La indicaremos por la notación; M(G).

Si con R(G) indicamos el reticulado engendrado por G en $R \times R^*$, veamos que $M(G)=R(G \cup \sim G)$, donde $\sim G=\{(g_2,g_1);(g_1,g_2) \in G\}$.

1. M(G) es un reticulado que contiene a $G \cup \sim G$, luego $R(G \cup \sim G) \leq M(G)$.

2. $R'=R(G \cup \sim G)$ es una P-álgebra de Morgan.

En efecto, como R' es un subreticulado del reticulado $R \times R^*$, basta probar que si $(x_1,x_2) \in R'$ entonces $(x_2,x_1) \in R'$.

La propiedad es válida para $G \cup \sim G$, y si $z = x \wedge y = (z_1,z_2)$, $x=(x_1,x_2)$, $y=(y_1,y_2) \in G \cup \sim G$

entonces $(z_2,z_1) = (x_2 \vee y_2, x_1 \wedge y_1) = \sim x \vee \sim y \in R'$.

3. $M(G) \leq R(G \cup \sim G)$. Inmediato de lo anterior.

4. $M(G) = R(G \cup \sim G)$.

<u>Observación:</u> Puede probarse que si $X=M(G)$, H un reticulado tal que $proy_1(X) \subseteq H$, $G_1 = proy_1(G)$, $G_2 = proy_2(G)$, entonces $H = R(G_1 \cup G_2)$ implica $H = proy_1(X)$.

El concepto de P-álgebra de Morgan libre se define de la manera usual, y son válidas sus propiedades habituales, por ejemplo unicidad.

Veamos ahora como construir las P-álgebras de Morgan libres en base a los reticulados libres.

Sea n un cardinal finito o numerable. Sea L_R un reticulado con un conjunto de generadores G_R de cardinal 2xn, si n es finito; ó n, si n es numerable. En cualquier caso, sean

$$G_i = \{ g_n \in G_R : n \text{ índice impar } \}$$

$$G_p = \{ g_n \in G_R : n \text{ índice par } > 0 \}$$

Es claro que $G_i \cap G_p = \emptyset$, $G_i \cup G_p = G_R$. Sea $G = G_i \times G_p$.

Entonces $card(G_i) = card(G_p) = n$, $G_i = proy_1(G)$, $G_p = proy_2(G)$.

Sea ahora L la P-álgebra de Morgan engendrada por G en $L_R \times L_R^*$.

Luego $L = M(G)$ y $L_R = proy_1(L)$ por lo dicho anteriormente.

Teorema: Si L_R es el reticulado libre engendrado por G_R , entonces L es la P-álgebra de Morgan libre engendrada por el conjunto G.

<u>Demostración:</u> Sea f una aplicación de G en una P-álgebra de Morgan Y de base Y_R.

f induce una función f_R de G_R en Y_R de la siguiente manera:

$$f_R(g_i) = proy_1(f(g))$$

$$f_R(g_p) = proy_2(f(g))$$

donde $g = (g_1,g_2) \in G$

f_R está bien definida ya que hay un único par (g_{2n-1},g_{2n}) para cada natural $n > 0$.

Como L_R es el reticulado libre, existe un homomorfismo de reticulado h_R de L_R en Y_R que prolonga a f_R.

Definimos entonces una aplicación h de L en Y por medio de:

$$h(x) = (h_R(x_1),h_R(x_2)) \text{ , para todo } x=(x_1,x_2) \in L.$$

Es claro que h está definida sobre L y que es un homomorfismo porque h_R lo es. Además, h prolonga a f, ya que

$h(g_i,g_p) = (h_R(g_i),h_R(g_p)) = (f_R(g_i),f_R(g_p)) = f(g_i,g_p)$,

donde $i = 2n - 1$, $p = 2n$.

Veamos que $h(L) \subseteq Y$. Para ello consideremos el conjunto

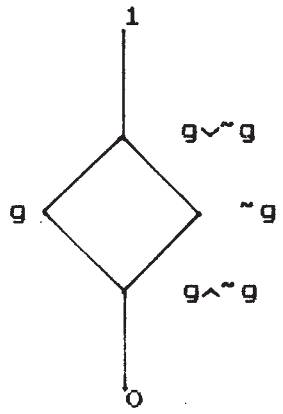
$L' = \{ x \in L, h(x) \in Y \}$. Entonces

1. $G \subseteq L'$, como consecuencia de que h prolonga a f.

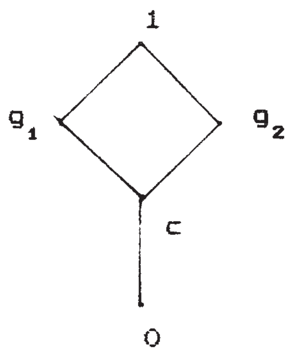
2. L' es una subálgebra de L, consecuencia de que h sea un homomorfismo.

Por ser $L = M(G)$, es $L = L'$, y por lo tanto $h(L) \subseteq Y$. Luego, L es el modelo libre con un conjunto G de generadores de cardinal n.

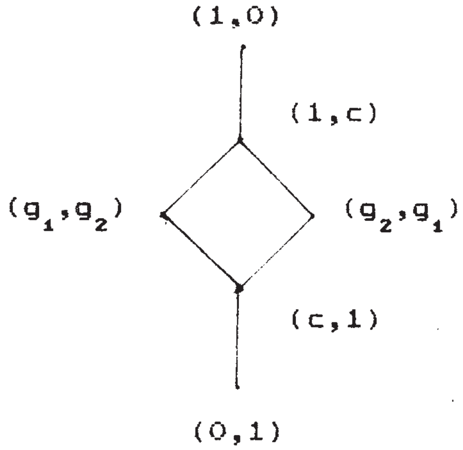
Observemos que la recíproca del teorema anterior no es cierta, ya que el modelo de Morgan libre con un generador



se puede representar como un reticulado base:



visto que:



y aunque este reticulado base está engendrado por $\{ g_1, g_2 \}$, no es el reticulado libre con dos generadores.

Es interesante observar que si L_R es libre, entonces L y L_R son isomorfos como reticulados. Para eso veamos que $proy_1$ es un isomorfismo de reticulado. Ya sabemos que es una aplicación suryectiva. Se ve que $proy_1/_{G\cup\sim G}$ es biunívoca ya que hay un único par (g_{2n-1}, g_{2n}) para cada n.

Luego existe la inversa: $proy_1^{-1}: G_R \longrightarrow L$.

Como L_R es un reticulado libre, existe un homomorfismo h que prolonga a $proy_1^{-1}$.

Para probar que $proy_1$ es biunívoca, basta probar que $h.proy_1$ es la identidad. Para eso sea $L' = \{ x \in L, (h.proy_1)(x) = x \}$.

Veamos que:

1. $G \cup \sim G \subseteq L'$

Sea $g \in G$. Entonces $(h.proy_1)(g) = h(g_p) = proy_1^{-1}(g_p) = g$.

En forma análoga se prueba para $\sim g \in \sim G$.

2. L' es un subreticulado de L, lo que resulta de ser h y $proy_1$ homomorfismos.

Como $L = M(G) = R(G \vee \sim G)$ es $L = L'$. Y por lo tanto, $h.proy_1$ es la identidad.

5. CONCLUSION:

Solo hemos indicado aquí los rudimentos de la teoría de las P-álgebras. No hemos considerado sus aplicaciones. Los resultados son muy simples. El teorema de mayor complejidad, el de equivalencia, no es indispensable en la teoría y solo se ha demostrado para vincular la teoría previa y la nuestra.

Resta el desarrollo de la idea en muchos otros casos de las lógicas no clásicas (trivalentes, n-valentes, etc) y el significado lógico de la utilización de un producto de álgebras en lógicas algebraicas no clásicas. Por ejemplo, al considerar pares en una asignación de valores de verdad, estaríamos asignando valores independientes a una proposición atómica y su negación.

BIBLIOGRAFIA

(1) Fidel, M., An Algebraic Study of a Propositional System of Nelson. Mathematical Logic, Proceedings of the First Brazilian Conference, edited by A.I. Arruda, N.C.A. da Costa and R. Chuaqui, 1978, Marcel Dekker Inc., pp 99-117.

(2) Monteiro, A., Matrices de Morgan Caracteristiques pour le Calcul Prepositionnel, Anais da Academia Brasieleira de Ciencias, 32 (1960), 1-7.

(3) Rasiowa, H., An Algebraic Approach to Non-Classical Logics, North-Holland Publs. Co., Amsterdam, 1974.