INFORME TECNICO INTERNO

N°. 28

INSTITUTO DE MATEMATICA DE BAHIA BLANCA

INMABB (UNS - CONICET)

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR

Avda. ALEM 1253 - 8000 BAHIA BLANCA

República Argentina

INSTITUTO DE MATEMATICA-BAHIA BLANCA

(INMABB) - UNS - CONICET

INFORME TECNICO No. 28

RECOPILACION BIBLIOGRAFICA COMENTADA DE TRABAJOS SOBRE GRAFOS TOTALES

Raul A. CHIAPPA

Alicia H. MACCARI

1991

Nuestro objetivo es reunir e interrelacionar resultados relativos a las nociones de grafo total y grafo semitotal con otras ligadas a ellas; en particular con la de grafo adjunto.

Para esta recopilación hemos recurrido a la lectura directa de muchos de los artículos citados y/o a la de los respectivos comentarios en Mathematical Reviews y Zentralblatt für Mathematik.

Para los conceptos que se citen nos remitiremos a los respectivos trabajos en donde fueron considerados y/o a la terminología de Berge (5), (45). Cuando se admitan aristas paralelas diremos multigrafos.

Creemos conveniente recordar las siguientes nociones:

Un grafo se dice completamente hamiltoniano si cada par de vértices está conectado por una cadena hamiltoniana y completamente conexo si para todo par de vértices existe una cadena elemental de longitud L, para todo L mayor o igual que la distancia entre ellos y menor que su orden.

Dado un grafo G su grafo potencia G^n, $n \geqslant 1$, es aquel que tiene los mismos vértices que G y en el cual dos vértices son adyacentes si en G están a una distancia menor o igual que n y se conservan los bucles.

Se dice grafo de subdivisión de G al grafo S(G) obtenido, a partir de G, reemplazando cada arista [p,q] por un nuevo vértice r y dos aristas [p,r], [r,q].

Generalizando este concepto diremos que el grafo de n-ésima subdivisión de G, $n \geqslant 0$, es el grafo $S_n(G)$ obtenido a partir de G sustituyendo cada arista [p,q] por una cadena elemental de extremos p, q y longitud n + 1. Por ejemplo $S_0(G) = G$ y $S_1(G) = S(G)$.

Indicaremos que G y H son isomorfos poniendo G = H; con $\overline{G}$ al complemento de G y con K_r^s al r-partido completo cada una de cuyas r clases tiene s vértices. En particular, el completo $K_n = K_n^1$ y el bipartido $K_{m,m} = K_2^m$.

La noción de grafo adjunto fue introducida por Krausz (3) con el objeto de dar una nueva demostración de cierto resultado de Whitney (1, th.1) relativo a la existencia , en la clase de los grafos conexos sin bucles, de relaciones de implicación entre los arista isomorfismos y los isomorfismos. La noción de referencia permite describir la relación de adyacencia de las aristas del grafo de partida mediante la de adyacencia de los vértices de su adjunto y traducir canónicamente problemas y conceptos relacionados con aristas a otros asociados con vértices.

El concepto estudiado por Krausz responde a la siguiente definición:

> Si G es un grafo sin bucles, su adjunto A(G), es otro cuyos vértices están en correspondencia biyectiva con las aristas de G y en el cual dos vértices son adyacentes si las aristas que ellos representan tienen, en G, un vértice en común.
>
> H es grafo adjunto si existe algún G tal que H = A(G).

Krausz caracterizó los grafos adjuntos en términos de la existencia de una descomposición particular (ver pag. 17).

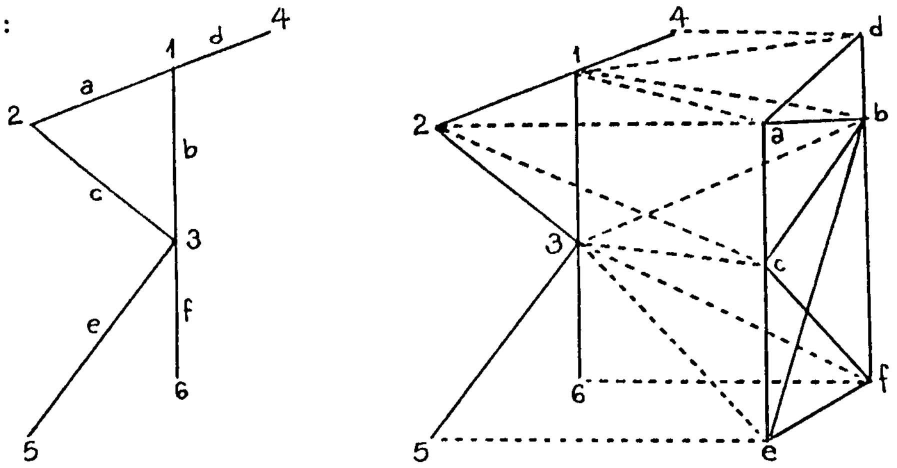
Posteriormente la noción de referencia fue considerada por numerosos autores bajo diversos nombres y generalizada y caracterizada de diferentes formas. Segun Hemminger y Beineke (112) el "paso al grafo adjunto" es probablemente la mas interesante de las transformaciones definidas en los grafos y seguramente la mas estudiada. Estos autores dan una interesante recopilación de resultados ligados a dicha noción. Referencias a la abundante bibliografía relativa a la misma y a otras estrechamente vinculadas con ella pueden hallarse en Chiappa y Ziliani (165).

Siguiendo la idea subyacente en la noción introducida por Krausz y llevado por problemas de cromaticidad, Behzad introdujo es su tesis doctoral (14), en 1965, el concepto de grafo total dando la siguiente definición:

Dado un grafo sin bucles G, su grafo total T(G), es aquel cuyos vértices estan en correspondencia biyectiva con los vértices y aristas de G y tal que dos de sus vértices son adyacentes si los correspondientes elementos de G son adyacentes o incidentes entre si.

H es un grafo total si existe algún G tal que H = T(G).

Ejemplo:



G T(G)

La noción anterior fue extendida para el caso de multigrafos que admiten bucles por Chiappa, Maccari y Ziliani (168).
Una generalización de otro tipo es la estudiada en (86).

En (32) y en (48) se emplea cierta propiedad P para unificar el estudio de varias clases de grafos que pueden ser definidos en términos de subgrafos no permitidos. Se logra así "aproximar" resultados sin conexión aparente y establecer interesantes propiedades relativas a distintos conceptos, entre estos los de grafo adjunto y grafo total. Se dejan varios problemas abiertos, algunos de los cuales fueron resueltos parcialmente en (104).

Destaquemos que ciertas semejanzas entre caracterizaciones conocidas de los grafos de la forma G^2 ; G^3 ; A(G) y T(G) como así también otras relativas a la existencia de ciclos hamiltonianos en los mismos, llevaron a Hobbs (94) a suponer que todos ellos podrían incluirse en una clase mas amplia. Al respecto hace notar en (78) se tiene lo siguiente:

Si F(G) es un grafo conexo de la forma G^2 ; G^3 ; A(G) o T(G) entonces F(G) contiene un 1-factor si y solo si tiene un número par de vértices.

Otro concepto en cuya definición se siguen los lineamientos de las dos anteriores es el siguiente:

Dado un grafo G = (V,U) su grafo central es el grafo bipartido C(G) = $(V \cup U, W)$ tal que $[p,q] \in W$ si q es arista de G incidente en el vértice p.

Es claro que C(G) = S(G).

De las respectivas definiciones resulta que T(G) contiene subgrafos arista disjuntos isomorfos con G, C(G) y A(G). Mas precisamente $T(G) = G \cup C(G) \cup A(G)$.

En particular en el ejemplo anterior el subgrafo de T(G) inducido por los vértices {1,2,3,4,5,6} es G; el inducido por {a,b,c,d,e,f} es A(G) y el bipartido cubriente inducido por las aristas de la forma [x,y] con $x \in \{1,2,3,4,5,6\}$ e $y \in \{a,b,c,d,e,f\}$ es C(G).

Un resultado análogo es válido para la generalización estudiada en (166)

En (72) Bhave denomina "point-line-graph" al grafo central y da una caracterización en la cual una de las condiciones está mal enunciada. En ella debe substituirse "contiene cualquier vértice de grado dos" por "todos sus vértices son de grado dos". Con tal corrección la caracterización indicada es:

H es grafo cental si y solo si es bipartido, carece de ciclos de longitud cuatro y en al menos una de las clases de la bipartición todos sus vértices son de grado dos.

En (89) se puntualizan algunas propiedades del concepto anterior.

Los adjuntos de grafos sin bucles pueden incluirse en la clase de los grafos de intersección. También pertenece a esta clase el definido a continuación:

Dado un grafo G, su grafo semitotal M(G), es aquel cuyo conjunto de vértices está en correspondencia biyectiva con los vértices y aristas de G y tal que sus vértices son adyacentes si corresponden, en G, a aristas adyacentes o a una arista y uno de sus vértices extremos.

Esta noción y la análoga que se obtiene sustituyendo "aristas adyacentes" por "vértices adyacentes" fueron estudiadas, en 1973, por Sampathkumar y Chikkodimath (69).

En lengua inglesa, los semitotales son designados generalmente "middle graph" aunque en (59) se lo llama "incidence graph".

Puede verificarse que $M(G) = C(G) \cup A(G)$.

Si G es no trivial, el grafo M(G) es isomorfo al adjunto del G^+, construido a partir de G mediante el agregrado de una arista pendiente en cada uno de sus vértices (70),(79) y (93).

Otros grafos de intersección ligados a los anteriores son: el bloque total y el bloque semitotal, introducidos por Kulli (96). Para estos conceptos se estudiaron problemas de caracterización, de conexidad, de isomorfismo, de planaridad y propiedades eulerianas y hamiltonianas en (96), (97), (106) y (113).

Los conceptos que hemos citado también fueron considerados para hipergrafos. En particular los semitotales fueron estudiados en relación con los hipergrafos simples hereditarios en (109) y con los grafos de independencia y los de fuerte independencia, de hipergrafos simples semihereditarios, en (151) y (152), respectivamente, así como tambien en (150).

En (132) a cada grafo G se le asocia otro P(G) y se demuestra que si G es regular de grado par, P(G) y T(G) son no isomorfos. También se estudia el grafo P(G) en (148), bajo el nombre de grafo cuasitotal.

De la definición de grafo adjunto es claro que K_3 y $K_{1,3}$ tienen a K_3 como adjunto y que los eventuales vértices aislados de G no quedan representados en A(G). En consecuencia, dado un adjunto H solo tiene sentido preguntarse si H determina unívocamente, a menos de isomorfismos, al G del cual es adjunto, si suponemos que G carece de vértices aislados.

El citado teorema de Whitney (1) reformulado en términos de grafo adjunto resuelve el problema de unicidad que acabamos de plantear. Dicho teorema afirma:

> Si G_1 y G_2 son grafos conexos, sin vértices aislados y sus respectivos adjuntos son isomorfos, también lo son G_1 y G_2 excepto si uno de ellos es K_3 y el otro es $K_{1,3}$.

Al respecto ver (8) y (54). De las distintas demostraciones del resultado anterior creemos conveniente citar la de Jung (22) que es válida tambien para el caso infinito y puede consultarse en Harary (41).

En (122) puede verse que este resultado se puede extender al caso de grafos con bucles pero no al de multigrafos propiamente dichos.

Del teorema de Whitney y siendo que $M(G) = A(G^+)$ se tiene que:

> Dos grafos conexos son isomorfos si y solo si tienen semitotales isomorfos (70), (109).

Un resultado análogo, dado en (29), es el siguiente:

> Dos grafos son isomorfos si y solo si los son sus respectivos grafos totales.

CARACTERIZACIONES

Puesto que cada componente conexa de un grafo total T(G) corresponde a una de las componentes conexas de G para la caracterización de los totales bastará limitarse a considerar los conexos.

En (29) Behzad y Radjavi demuestran que si G es conexo, distinto de ciclo o de completo, el único subgrafo de H = T(G) cuyo total es H es el inducido por los vértices de H correspondientes a vértices de G, que designa especiales. Posteriormente, Behzad (43) da, para el caso en que H es conexo distinto de ciclo o de completo, un método constructivo para hallar dicho subgrafo y haciendo referencia explícita al mismo caracteriza a los conexos totales de grafos distintos de ciclos o de completos.

Behzad y Radjavi en (39) estudiaron la estructura de los grafos totales regulares y obtuvieron los siguientes resultados:

a) Un grafo conexo H es total de un grafo regular, distinto de ciclo o de completo, si y solo si:

   i) tiene grado 2k y orden n(1 + k/2) para ciertos naturales n, k tales que $2 < k < n - 1$.

   ii) tiene exactamente n vértices especiales.

   iii) H = T(G) donde G es el subgrafo de H inducido por sus vértices especiales.

b) Un grafo H es total de un ciclo $C_n (n \geqslant 3)$ si y solo si es conexo regular de grado 4 , de orden $2n \geqslant 6$ y tal que su conjunto de vértices es unión de dos subconjuntos disjuntos, cada uno de los cuales induce en H un ciclo C_n. Si $n > 3$ dichos subconjuntos están unívocamente determinados.

c) Un grafo es total de un completo K_n $(n \geqslant 3)$ si y solo si cada vértice de H y sus adyacentes inducen un subgrafo que contiene un completo maximal H_o tal que $H = T(H_o)$.

Los resultados que acabamos de citar se encuentran resumidos en (51). En (111) se da una implementación del algoritmo de Behzad para reconocer si un grafo es total.

Otra caracterización de los totales de completos es la obtenida como corolario de la caracterización de semitotales de completos dada por Akiyama, Hamada y Yoshimura en el ya citado (79). Allí deducen que:

> H es el grafo total del completo K_n si y solo si sus aristas pueden partirse en n + 1 subgrafos completos $K_n^{(i)}$, $1 \leq i \leq n+1$, de forma tal que cada par de subgrafos $K_n^{(i)}$, $K_n^{(j)}$, $i \neq j$ tienen exactamente un vértice común y cada vértice de H está contenido en exactamente dos de dichos subgrafos.

El siguiente resultado fue dado por Bhave (72):

> Un grafo H es total de un grafo sin vértices aislados si y solo si contiene un subgrafo cubriente central C(G) y cada par de vértices adyacentes pertenece a un subgrafo de H igual a K_3. Además, en tal caso H = T(G).

Otra caracterización de los grafos totales fue dada por Hobbs (94) en términos de la existencia de una descomposición tipo Krausz. Para deducirla recurre a la propiedad $T(G) = (S(G))^2$ y a las que caracterizan a los grafos que son cuadrados de otros.

En (168) se da otra caracterización haciendo uso explícito de una relación entre los conceptos de multigrafo total y de multidigrafo total (ver pag. 27)

En (43) se dan condiciones que deben respetar los totales de grafos con al menos un vértice de grado uno y en (129) se caracterizan los totales de los grafos asociados a los diseños balanceados de bloques incompletos (BIBD).

Visto que $M(G) = A(G^+)$ los semitotales fueron caracterizados en términos de la existencia de una descomposición tipo Krauz en (69),(79), ver también (109). En (79) se caracterizan además los semitotales de árboles o de completos y en (70) los grafos cuyo semitotal es acíclico, es planar o es planar externo.

Borowiecki (150) caracteriza a los grafos semitotales de hipergrafos cuyo complemento también es semitotal y determina todos los pares de hipergrafos con semitotales complementarios.

En (162) Rao caracteriza los adjuntos y los totales que pueden obtenerse mediante ciertos productos de grafos no triviales.

RESULTADOS VARIOS

A continuación recopilamos propiedades de los grafos totales y de los semitotales, algunas de las cuales fueron ya mencionadas o son similares a otras válidas para los adjuntos. La demostración de varias es inmediata y la de las restantes fueron dadas o citadas en alguno de los siguientes trabajos: (14), (19), (28), (29), (39), (41), (43), (58), (59), (70) y (93).

1) $T(G) = (S(G))^2$.

2) $M(G) = A(G^+)$, G no trivial.

3) $A(G) \subseteq M(G) \subseteq T(G)$.

4) $S(G) \subseteq M(G) \subseteq T(G)$.

5) $T(G_1 \cap G_2) = T(G_1) \cap T(G_2)$.

6) $T(K_n) = A(K_{n+1})$.

7) Si G tiene n vértices y m aristas, T(G) y M(G) son de orden $n + m$. El número de aristas de M(G) es $\underline{m} = 2m + \sum_{i=1}^{n} \binom{d_i(G)}{2} = m + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} (d_i(G))^2$ y el de T(G) es $m + \underline{m}$.

8) Si el vértice $\underline{x}$ de $H = T(G)$ representa a un vértice x de G entonces $d_{\underline{x}}(H) = 2.d_x(G)$ y si corresponde a una arista $x = [p,q]$ se tiene que $d_{\underline{x}}(H) = d_p(G) + d_q(G)$. Así entonces el grado máximo en H es igual a 2 veces el grado máximo en G.

9) G es k-regular si y solo si T(G) es 2k-regular.

10) G es regular de grado d y orden p si y solo si su total es regular de grado 2d y orden $p(1+d/2)$.

11) T(G) contiene al menos un subgrafo G' tal que T(G) = T(G'). Si G es conexo, distinto de ciclo o completo, el subgrafo G' es el único con esa propiedad.

12) El número máximo de ciclos disjuntos en $T(K_n)$ es $\binom{n+1}{3}$.

En (107) se demuestra que T(G) es perfecto si y solo si cada bloque de G es K_2 o K_3 . En (147) se caracterizan los adjuntos fuertemente perfectos y se demuestra que un grafo total es perfecto si y solo si es fuertemente perfecto.

En (58) se determina el número máximo de ciclos arista disjuntos que admiten el adjunto y el total de forestas o de completos y se lo acota inferiormente para el caso general. El mismo problema es analizado en (70) para los semitotales.

La arboricidad de un grafo es el número mínimo de forestas cubrientes arista disjuntas en las cuales puede partirse su conjunto de aristas. De acuerdo con un resultado de Beineke (10) la del completo K_n es el menor entero mayor o igual que n/2.
En (120) se ve que las correspondientes a los grafos $T(K_n)$; $M(K_n)$ y $A(K_n)$ son, respectivamente, n; n-1 y n-1 supuesto $n \geqslant 2$. Se indica además como efectivizar, en dichos casos esa descomposición. Las de $M(K_n)$ y $T(K_n)$ están relacionadas, respectivamente, con las de $A(K_n)$ y $A(K_{n+1})$.

En (62) se demuestra que si G es conexo, los grafos G^2 ,A(G) y T(G) admiten un 1-factor si y solo si tienen un número par de vértices. Esto también fue deducido en (78) para A(G) y T(G) y en (87) para A(G), como consecuencia de resultados mas generales. Nebesky en (123) generalizó alguno de ellos.
Los grafos conexos cuyo cuadrado admite un 2-factor fueron estudiados por Hobbs en (64) y por Alavi y Chartrand en (80). Nebesky en (124) da un resultado que incluye, como corolario, el siguiente:

> T(G) admite un 2-factor si y solo si cada vértice de G es adyacente de a los sumo dos vértices de grado 1.

Dörfler asocia a cada grafo, otro llamado "double-cover" y los estudia en relación con ciertas operaciones. De los resultados obtenidos en (102) citaremos el siguiente:

Si D es "double-cover" también los son A(D), M(D) y T(D).

En (110) considera hipergrafos, extiende varios resultados del trabajo anterior y da algunos específicos para hipergrafos.

En (155) se hallan grafos cuyo adjunto, semitotal o total es "k-tree".

En (163) se determinan las "distancias promedio" de ciertos grafos totales y semitotales.

Distintos parámetros, entre ellos los de independencia, cubrimiento y dominancia, asociados a los adjuntos, totales o semitotales de grafos e hipergrafos, fueron estudiados en (33), (69), (70), (100), (101), (103), (109), (116), (140), (146), (158), (160) y (163).

Respecto de la conexidad, tal como puede verse en (11), (40), (53), (59) y (93) se tiene que:

a) G es conexo si y solo si T(G) lo es.

b) G es conexo si y solo si M(G) lo es.

c) Si G es conexo también lo es A(G); la recíproca solo es válida si G carece de vértices aislados.

d) Si G es n-conexo, M(G) es n-conexo y T(G) es 2n-conexo; si además $n \geqslant 2$, A(G) es n-conexo.

e) Si G es m-arista conexo, M(G) es m-conexo, T(G) es 2m-arista conexo y A(G) es (2m-2) arista conexo . Si $m \geqslant 2$, A(G) es m-conexo.

Los resultados anteriores fueron generalizados para multigrafos de cierto tipo en (86). La conexidad de M(G) también fue estudiada en (69).

Por otra parte, en (59) se dan relaciones entre la "J-separación" y el "J-enlace" de subgrafos de G con sus respectivos totales en T(G) y en (37) otras que acotan inferiormente la conexidad y la arista conexidad de T(G), conocida la conexidad o la arista conexidad de G.

A su vez Bauer y Tindell dan, en términos de parámetros de G, cotas inferiores para la conexidad y la arista conexidad de A(G) y T(G) y cotas superiores para T(G), en (134). En (135) demuestran que la conexidad y la arista conexidad de M(G) coinciden, respectivamente, con la arista conexidad y el grado mínimo del grafo G, mejorando así una desigualdad dada anteriormente.

ECUACIONES

Como es natural, los grafos adjuntos, los totales y los semitotales reiterados de un grafo G están definidos, respectivamente, por $A^k(G) = A(A^{k-1}(G))$; $T^k(G) = T(T^{k-1}(G))$ y $M^k(G) = M(M^{k-1}(G)$ y para $k \geqslant 1$, suponiendo $G = A^0(G) = M^0(G) = T^0(G)$.

En (28) se deducen expresiones para obtener el número de "triángulos de tipo j", $j \in \{0,1,2,3\}$ en totales, o en adjuntos iterados, de grafos regulares. Se da también un resultado asintótico y se demuestra que $A(K_{n+1}) = T(K_n)$.

Generalizando el último de los resultados citados, Cvetkovic y Simic (81) resolvieron, en forma completa, las ecuaciones $A(G) = T(H)$ y $\overline{A(G)} = T(H)$.

Como vimos $A(G) = T(H)$ tiene como soluciones a los pares $(K_{n+1}; K_n)$ para $n \geqslant 1$ y obviamente también al par $(K_{1,3}; K_2)$.

Cvetkovic (61) al estudiar las relaciones entre el espectro de un grafo regular G con los de A(G) y T(G) probó que las soluciones anteriores son las únicas, si suponemos que H es un grafo regular. En (81) se demostró que limitándose a grafos conexos pero sin la exigencia de que H sea regular a la infinidad de soluciones ya indicada solo resta agregar el par (S,P_3) donde

S $\qquad$ P_3

De las infinitas soluciones de $\overline{A(G)} = T(H)$ solo indicaremos los pares $(K_3, 3K_1)$; $(3K_2, K_2)$; $(3K_{1,2}, K_3)$ y $(K_{1,n}, nK_1)$ para $n = 1,2,3,\ldots$

En (90) se resuelven las ecuaciones $A(G) = M(H)$; $\overline{A(G)} = M(H)$; $M(G) = T(H)$ y $\overline{M(G)} = T(H)$. Algunas de ellas y $A(G) = T(H)$ también fueron consideradas en (115).

Beineke (44) demostró que además de los grafos $K_p = A(K_{1,p})$ y $\overline{K_p} = A(pK_2)$ las únicas soluciones (sin vértices aislados) de la ecuación $\overline{A(G)} = A(H)$ están constituidas por 16 pares de grafos adjuntos (complementarios entre si) y 5 adjuntos autocomplementarios, todos con a lo sumo 9 vértices.
El mismo resultado se obtuvo de otra manera en (161).

En (92) se estudió la ecuación $\overline{T(G)} = T(H)$ cuya única solución no trivial es $(\overline{K_3}, K_2)$ y esto permitió deducir que los únicos grafos no triviales totales y complementarios entre si son $K_3 = T(K_2)$ y $\overline{K_3} = T(\overline{K_3})$.

Por otra parte, es fácil ver que la única solución de $T(G) = \overline{G}$ es el grafo trivial. En cambio $A(G) = \overline{G}$ admite dos soluciones (36).

En (119) se dan los 9 grafos que no contienen a K_3 y son complementarios de algún total y se estudian, para ciertas operaciones binarias $\perp$, ecuaciones del tipo $H = G_1 \perp G_2$ supuesto que H o su complemento es total (o adjunto). Para el conjunto de operaciones citadas el número de soluciones es limitado o nulo.

En (118) se caracterizan los grafos G que satisfacen, respectivamente $c(A(G)) = G$; $c(M(G)) = G$ y $c(T(G)) = G$; donde $c(H)$ es el grafo de intersección de los subgrafos completos maximales de H (autores de habla inglesa llaman a $c(H)$ clique-graph).

Con relación al cuasitotal de G, $P(G)$, en (148) se resuelven las ecuaciones $A(G) = P(H)$; $M(G) = P(H)$ y $T(G) = P(H)$ y las que resultan de tomar complemento en alguno de sus miembros.

En (154) se resuelven las ecuaciones $D(H) = A(G)$, $D(H) = M(G)$, $D(H) = \overline{A(G)}$ y $D(H) = \overline{M(G)}$, donde $D(G)$ es el "duplicate graph" de G.

Si notamos con $T_B(H)$ al grafo bloque total de H y con $M_B(H)$ al grafo bloque semitotal de H, en (159) se resuelven completamente las ecuaciones $A(G) = T_B(H)$; $\overline{A(G)} = T_B(H)$; $\overline{A(G)} = M_B(H)$ y se dan algunas de las soluciones que satisfacen $A(G) = M_B(H)$.
En (150) se estudian los grafos semitotales de hipergrafos y se hallan hipergrafos G y H que satisfacen la ecuación $\overline{M(G)} = M(H)$.

Una recopilación de ecuaciones entre grafos, que incluye a las anteriores, puede verse en (121).

PROBLEMAS EULERIANO Y HAMILTONIANO

Los problemas hamiltoniano y euleriano, en relación con los grafos adjuntos, totales o semitotales fueron abordados por numerosos autores. En particular se han demostrado (ver (25) y (93)).

1) Si G es conexo, $T(G)$ contiene un subgrafo cubriente euleriano.
2) Si G es conexo, $T(G)$ es euleriano si y solo si todos los vértices de G tienen igual paridad.
3) Si G es no trivial y contiene un subgrafo cubriente euleriano, $T(G)$ es hamiltoniano.
4) Si G es euleriano, $T^k(G)$ y $M^k(G)$ son eulerianos y hamiltonianos para todo $k \geqslant 1$.

5) Si G es hamiltoniano, también lo es $T^k(G)$ cualquiera sea $k \geqslant 1$.

6) Si G es conexo no trivial, $T^k(G)$ es hamiltoniano para todo $k \geqslant 2$. Esta cota no puede mejorarse ya que $T(K_{1,3})$ no es hamiltoniano.

7) Si M(G) es euleriano, G es euleriano y M(G) es hamiltoniano.

8) G es conexo con todos sus vértices de grado mayor o igual que dos equivale a $M^k(G)$ es hamiltoniano cualquiera sea $k \geqslant 2$.

Para los grafos adjuntos se satisfacen afirmaciones similares a 2, 4 y 5. Por otra parte, si G es conexo, de orden $n > 3$ y distinto de cadena elemental, $A^k(G)$ es hamiltoniano para todo $k \geqslant n - 3$ (ver (11), (15) y (30)).

De $T(G) = (S(G))^2 = (S_1(G))^2$ y la precedente propiedad 6 resulta que si G es conexo, no trivial $T(S_1(G))^2$ es hamiltoniano. En (46) se da la siguiente generalización:

Si G es conexo, no trivial y $S_n(G)$ es su grafo de n-ésima subdivisión, $T(S_n(G))^2$ es hamiltoniano, cualquiera sea el entero $n \geqslant 0$.

En (125) se da una demostración breve de este resultado del cual, en particular, se deduce que:

Si G es conexo no trivial entonces $T(G^2)$ es hamiltoniano.

En (46) se observa que este resultado puede considerarse como un paso adelante en la verificación de la conjetura (conocida como de Plummer y Nash-Williams, ver (23)) según la cual el cuadrado de todo grafo 2-conexo es hamiltoniano. Una conjetura similar restringida a los totales de grafos no separables fue enunciada por Kronk (42).

En (75) Fleischner demuestra que si G es conexo sin aristas puente y tal que toda arista incide en un vértice de grado dos, su cuadrado es completamente hamiltoniano y de esto deduce que el total de cualquier conexo sin aristas puente es completamente

hamiltoniano. Resulta así verificada la validez de una extensión de la citada conjetura de Kronk. Por otra parte en (76) Fleischner demuestra la validez de la conjetura de Plummer y Nash-Williams. Fleischner y Hobbs (85), ver también (94), caracterizan los grafos G cuyo total es hamiltoniano. La misma se expresa en términos de la existencia en G de un subgrafo con características particulares. Dan además una condición suficiente para la existencia de tal subgrafo y un algoritmo para determinar si esa condición se satisface.
En (85) se citan trabajos en los cuales se demostó que si G contiene un vértice de corte que es extremo de tres aristas puente, T(G) no es hamiltoniano. Así entonces, si G es árbol T(G) es hamiltoniano si y solo si G es cadena.

Aplicando resultados de (85) en (83) se determinan condiciones suficientes para que un grafo planar tenga total hamiltoniano.

Si convenimos en designar vecinos a dos elementos de G cuando ambos son vértices adyacentes o arista adyacentes o uno de ellos es una arista y el otro uno de sus vértices extremos, es fácil ver que si G es no trivial, T(G) admite ciclo hamiltoniano si y solo si los elementos de G pueden ordenarse linealmente de forma tal que cada par de consecutivos, como así también el primero y el último sean vecinos en G.
El resultado anterior, dado en (25), es similar al que había sido enunciado en (11), (15) y (30) para el caso de grafos adjuntos. Los adjuntos hamiltonianos también fueron caracterizados en (16) recurriendo a la existencia de un subgrafo de tipo especial en el grafo de partida. Esta última es una formulación alternativa de aquella de (11) que acabamos de indicar y puesto que $M(G) = A(G^+)$ se llega directamente al siguiente resultado obtenido en (93):

> M(G) es hamiltoniano si y solo si G contiene un ciclo cubriente simple.

Algunos resultados de (136) que reenunciaremos restringiéndonos al caso de grafos sin bucles y sin aristas paralelas, que son los considerados en este trabajo, nos permitirá dar una caracterización directa, es decir sin recurrir al grafo de partida, de los semitotales hamiltonianos.

Previamente recordemos que de acuerdo con la conocida caracterización de Krauz (3) se tiene que:

> Un grafo es adjunto si y solo si admite una descomposición en subgrafos completos maximales K_{n_i}, $n_i \geqslant 1$, tal que cada arista pertenece a un único K_{n_i} y cada vértice a exactamente dos de ellos (eventualmente coincidentes, si $n_i = 1$).

Si H admite una descomposición de ese tipo ella se dirá par si cada uno de sus elementos tiene un número par de vértices y cuasi par si esto sucede cuando se cuentan doble los vértices que además son elementos singulares de la descomposición.

Cada descomposición par carece de singulares y por lo tanto también es cuasi-par. Una cuasi-par que no sea par se llama cuasi-par propia.

Todo grafo completo K_p ,$p \geqslant 1$, tiene descomposición cuasi-par propia, con p singulares, si $p \geqslant 2$. De ellos solo K_3 admite además una descomposición par.

Sabemos que $M(G) = A(G^+)$. Como G^+ tiene aristas pendientes, M(G) admite una única descomposición del tipo indicado y ella no es par.

Una descomposición D' se dirá mas fina que otra D si todo completo de D' es subgrafo de algún completo de D.

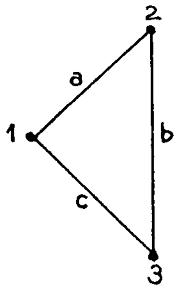
Por circuito cuasi semieuleriano de un digrafo simétrico entendemos un circuito simple u_1 ,u_2 , ... ,u_m ,(u_1) tal que de cada par de arcos opuestos, contiene al menos uno y si contiene a ambos, uno de ellos es u_i y el otro es u_{i+1} para algún $i \in \{1,2,\ldots, m\}$, $(m + 1 = 1)$. Se dirá propio si incuye al menos un par de arcos opuestos u, u'.

Así entonces, por lo visto en (136) se tiene:

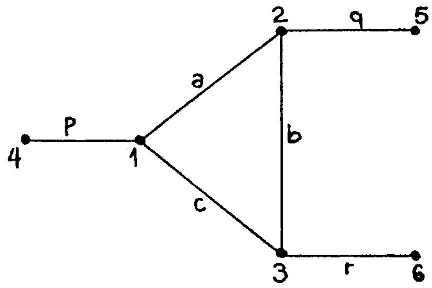
1) Si G es conexo no trivial, H = M(G) es hamiltoniano si y solo si H o alguno de sus subgrafos cubrientes admite una descomposición cuasi-par propia, mas fina que la de H.
2) Cada ciclo hamiltoniano de M(G) representa por lo menos a un circuito cuasi semieuleriano propio del simetrizado de G^+.

Nótese la estrecha vinculación entre lo afirmado en 2) y el resultado, ya citado de (93).

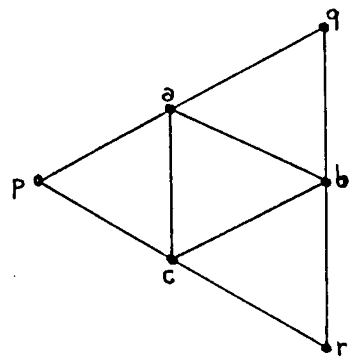
Ejemplo 1)



G



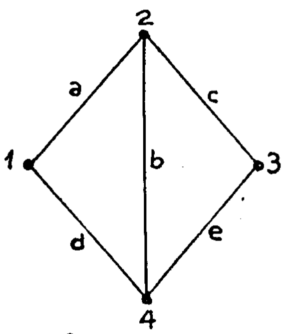
G^+



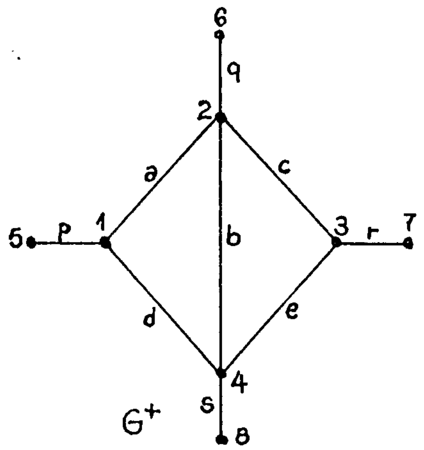
M(G)

M(G) admite la descomposición cuasi-par propia p,a,c / a,b,q / b,c,r / p / q / r. Su ciclo hamiltoniano p,a,q,b,r,c,(p) corresponde al ciclo simple cubriente (euleriano) a,b,c de G y al circuito semieuleriano propio 4,p,1,a,2,q,5,q',2,b,3,r,6,r',3,c,1,p',(4) del simetrizado de G^+, donde m y m' son pares de arcos opuestos.

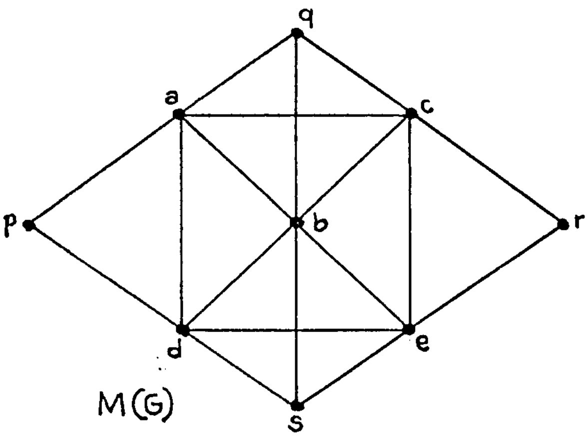
Ejemplo 2)



G

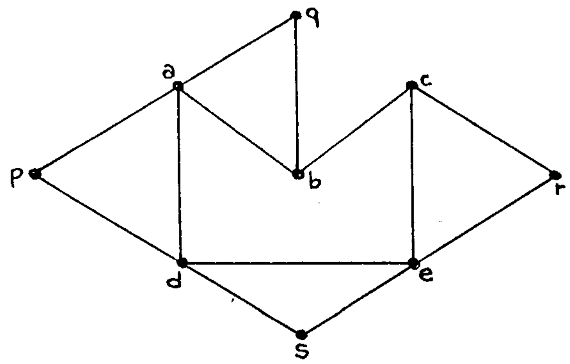


G^+



M(G)

La descomposición de M(G): a,d,p / a,b,c,q / c,e,r / b,d,e,s / p / q / r / s , no es cuasi par propia; en cambio, si lo es la que corresponde al siguiente subgrafo cubriente.



Además esta descomposición es más fina que la de M(G) indicada.
Al ciclo hamiltoniano de M(G): p,a,q,b,c,r,e,s,d,(p) corresponde, en G el ciclo simple cubriente (no euleriano) a,c,e,d de G y en el simetrizado de G^+, el semieuleriano propio 5,p,1,a,2,q,6,q',2, b,4,b',2,c,3,r,7,r',3,e,4,s,8,s',4,d,1,p',(5).

En mérito a su estrecha relación con algunos de los resultados que hemos citado señalemos que Fleischner y Hobbs en (84), ver también (94) dieron una condición necesaria para que G^2 sea hamiltoniano. La misma está expresada en términos de la existencia de cierto subgrafo en G.

PLANARIDAD

Distintos autores estudiaron el concepto de planaridad en relación con los de grafo adjunto, total o semitotal y hallaron caracterizaciones con notables semejanzas. En efecto, de lo demostrado en (9), (14), (24), (48) y (70), se tiene, resumiendo con & : la igualdad se satisface solo en vértices de corte. :

A(G) es planar si y solo si G es planar tal que d_x (G) $\leqslant$ 4 y se cumple &.

A(G) es planar externo si y solo si d_x (G) $\leqslant$ 3 y se cumple &.

T(G) es planar si y solo d_x (G) $\leqslant$ 3 y se cumple &.

$T(G)$ es planar externo si y solo si $d_x(G) \leqslant 2$ y se cumple &.

$M(G)$ es planar si y solo si G es planar y $d_x(G) \leqslant 3$.

$M(G)$ es planar externo si y solo si $d_x(G) \leqslant 2$.

En (48) se observa que caben las siguientes reformulaciones:

$T(G)$ es planar (planar externo) si y solo si $A(G)$ es planar externo (foresta).

Greenwell y Hemminger (52) dieron una caracterización de los grafos con adjuntos planares en términos de subgrafos no permitidos. Análogamente se procedió en (108) para el caso de totales, semitotales y adjuntos iterados y en (74) para los totales y otras clases de grafos de intersección.

La planaridad y la planaridad externa de los totales, semitotales, semitotales generalizados, bloques totales o bloques semitotales también fueron considerados en (69), (77), (97), (106), (113), (138) y (156).

Los totales con número de cruzamiento 1 fueron estudiados en (114) y los semitotales con número de cruzamiento 1 o 2 en (153). Por otra parte, en (157) se caracterizan los grafos cuyo semitotal tiene número de cruzamiento 1, 2 o 3.

Resultados relativos a la noción de género y a la de rugosidad de los adjuntos, totales o semitotales pueden verse en (65), (66), (67), (68), (131) y (143).

Los grafos cuyo adjunto o cuyo total tienen complemento planar, fueron determinados por Simic (133).

CROMATICIDAD

Dado un grafo G su número cromático $\chi(G)$ es el mínimo número de colores necesarios para colorear sus vértices asignando colores distintos a los vértices adyacentes. Análogamente, su número cromático adjunto $\chi'(G)$, (cromático total $\chi''(G)$) es el número mínimo de colores necesarios para colorear sus aristas (sus aristas y sus vértices) de manera que ningún par de aristas adyacentes (par de elementos adyacentes o incidentes) tengan un mismo color.

Es claro que:

$$\chi'(G) = \chi(A(G)) \geqslant \text{máx. } d_x\ (G).$$

$$\chi''(G) = \chi(T(G)) \geqslant \text{máx. } d_x\ (G) + 1.$$

$$\chi''(G) \geqslant \chi'(G).$$

Behzad (14) conjeturó las siguientes cotas superiores (pueden verse también en (19) y (38)):

i) $\chi'(G) \leqslant \text{máx. } d_x\ (G) + 1.$

ii) $\chi''(G) \leqslant \text{máx. } d_x\ (G) + 2.$

La conjetura i) había sido demostrada por Vizing (13) al demostrar que si G carece de bucles y tiene hasta p aristas paralelas entonces $\chi'(G) \leqslant \text{máx. } d_x\ (G) + p$.

Otras demostraciones para el caso de grafos fueron dadas por Gupta (21) y por Fournier (63). Esta última está reproducida en (91).

En 1969 Behzad (38) recopiló resultados relativos a la conjetura ii). Allí destaca que es fácil verificar su cumplimiento para todos los conexos con a lo sumo tres vértices y que como no hay grafos totales que sean ciclos o completos de orden mayor que tres, del resultado de Brooks (2) se tiene:

$$\chi''(G) \leqslant 2.\text{máx. } d_x\ (G).$$

Observa también que un resultado de Wilf (27) permite mejorar la cota anterior con $\chi''(G) \leqslant A\ (T(G))$ donde $A\ (T(G))$ es el máximo autovalor de la matriz de adyacencia de T(G).

La conjetura ii) fue verificada para ciertas clases de grafos. En 1968 Rosenfeld (34) comunicó haberla comprobado par los grafos bipartidos, los 3-partidos completos y los K_r^3 . La demostración de estos resultados, incluyendo también la correspondiente a los grafos con $\text{máx.} d_x(G) \leqslant 3$ fue publicada en 1971 en (49). Otras

demostraciones, para el caso en que máx. $d_x(G) \leqslant 3$ fueron dadas por Behzad (38) y Vijayaditya (50) y Yap (167) la demuestra para el caso de los r-partidos completos y para los grafos con máx $d(G) = 3$.
En (38) se puntualizan otras clases de grafos para los cuales la conjetura se cumple y se ve que para probarla en general basta verificarla para los 2-conexos o para los conexos regulares o para los conexos k-regulares de orden n con $4 \leqslant k \leqslant n-3$ que no son 1-factoreables ni unión (disjunta) de 1-factores con un 2-factor.

La conjetura ii) fue extendida para multigrafos, de formas diferentes por Behzad (38) y Vizing (17), (35) (ver Kostochka (105)), y demostradas respectivamente, en (38) para cuando máx.$d_x(G) \leqslant 3$ y en (105) para el caso en que máx.$d_x(G) \leqslant 4$.
En (38) se ve además que la eliminación de una arista en un grafo distinto de K_2 disminuye su número cromático total en a lo sumo 1 y se proponen varios problemas de caracterización.

En (26) se observa que $\chi(G) + \chi'(G) \geqslant \chi''(G)$ y se demuestra que si G contiene al menos dos vértices y en la expresión anterior se satisface la igualdad, G es bipartido. Se indica que basta considerar $K_{m,n}$, $m \neq n$ para verificar que la recíproca es falsa.

También en (26) se deducen los valores $\chi(G)$, $\chi'(G)$ y $\chi''(G)$ para los grafos completos y los bipartidos completos.
El resultado de Vizing (13) $\chi(H) \leqslant$ máx. $d_x(H) + 1$ y la relación $M(G) = A(G^+)$ permite deducir (ver (109)):

$\chi'(G^+) = \chi(M(G)) =$ máx. $d_x(G) + 1 =$ mayor orden de los subgrafos completos de $M(G)$.

Fink (126) estudió un problema tipo Ramsey definido a partir del número cromático total y de los grafos de la forma $K_{1,n}$. Determinó el valor correspondiente a ciertos casos y lo acotó para otros. En (141) y (142) se determinaron condiciones bajo los cuales la cota antedicha no es mejorable y dedujeron cotas para cuando el grafo K es substituido por otros.

En (98) se determinó el número cromático total de los grafos construidos a partir de un conjunto estable y un ciclo.

La determinación de los números cromáticos totales de completos y de bipartidos completos fue extendida parcialmente. En 1971,- Rosenfeld (49) demostró que $\chi''(K\ ) \leqslant s.(r - 1) + 2$.
Al año siguiente Laskar y Hare (56) hallaron $\chi(K_r^s)$ y $\chi'(K_r^s)$ e hicieron una conjetura respecto de $\chi''(K\ )$. En 1974 Bermond (71) vió que la conjetura no era exacta y determinó el valor en cuestión. Estos resultados habían sido considerados en (60).

Nordhaus y Gaddum (4) acotaron la suma y el producto de los números cromáticos de un grafo y su complemento. El mismo problema, para el caso de los números cromáticos adjuntos fue considerado por Vizing (18) e independientemente por Alavi y Behzad (47). La misma cuestión, atendiendo al número cromático total fue resuelta por Cook (73) . Resultados similares fueron obtenidos por Nirmala (99).

Los distintos conceptos de número cromático fueron extendidos a los hipergrafos . En (117) Meyer evalúa el número cromático total de los hipergrafos h-completos y los h-partidos completos (para h = 2 son respectivamente, los grafos completos y los bipartidos completos). Da además referencias de trabajos en los cuales se calculó el número cromático adjunto para dichos hipergrafos.

En (31), (88), (127) se estudian distintas generalizaciones del concepto de número cromático. Siguiendo la idea de (88), Milazzo y Vacirca (137), (144) consideran una coloración de vértices y de aristas en la cual se tiene en cuenta una noción de distancia definida a partir de la distancia entre vértices. En (144) se determina dicho número cromático para ciertos grafos y se caracterizan los correspondientes a ciertos números. Por otra parte en (139) Vacirca continuó los trabajos de (31), (127).

En (164) Borodin considera grafos planares y para ellos define y acota superiormente cuatro números cromáticos. De las cotas dadas para el número cromático total resulta una verificación parcial de la conjetura ii) de Behzad y en (166) verifica dicha conjetura para grafos planares excepto si máx $d(G) \in \{6,7,8\}$ y demuestra que si máx $d(G) \geqslant 14$ entonces se puede mejorar la conjetura cambiando 2 por 1.

AUTOMORFISMOS

A cada grafo G pueden asociarse tres grupos de permutaciones, a saber: el de sus automorfismos $\alpha(G)$, constituido por las permutaciones de vértices que respetan la adyacencia; su grupo adjunto $\alpha'(G)$, integrado por las permutaciones de aristas que conservan la adyacencia y su grupo total $\alpha''(G)$, que contiene las permutaciones de vértices y aristas que respetan la adyacencia y la incidencia.

De las definiciones resulta que :

$$\alpha'(G) = \alpha(A(G)) \quad y \quad \alpha''(G) = \alpha(T(G)).$$

Behzad y Radjavi (29) determinaron el número de elementos del grupo $\alpha(T(G))$ para cuando G es ciclo o es completo y demostraron:

Si G es distinto de un vértice aislado $\alpha(G)$ y $\alpha''(G)$ son isomorfos si y solo si ninguna de las componentes conexas de G es ciclo o es completo.

Si G es conexo, $\alpha(G)$, $\alpha'(G)$ y $\alpha''(G)$ son isomorfos excepto si G es ciclo o es completo o es el completo K_4 excluida una o dos de sus aristas.

En relación con el resultado anterior creemos oportuno señalar que de un resultado de Sabidussi (7) se tiene:

Si G es conexo distinto de K_2 , K_4 , $Q =$  o su adjunto, entonces $\alpha(G)$ y $\alpha'(G)$ son isomorfos.

De esto es fácil deducir (109):

Si G carece de vértices aislados $\alpha(G) = \alpha(M(G))$.

GRAFO ENTERO

La misma idea que llevó a las nociones de grafo adjunto , total y semitotal, permitió, restingiéndose a los grafos planares, introducir la de grafo entero.

Mas precisamente, supuesto que G es un grafo plano, su grafo entero $e(G)$ tiene por vértices, los vértices, las aristas y las caras de G y es tal que la adyacencia entre sus vértices refleja las relaciones de adyacencia y/o incidencia entre los vértices, las caras y las aristas de G.

Nótese que distintos grafos planos representantes de un mismo grafo planar pueden tener enteros no isomorfos. En (57) se dan dos grafos planos isomorfos cuyos respectivos enteros tienen número cromático distinto y otros dos, de los cuales uno solo tiene entero hamiltoniano.

De la definición resulta que $e(G)$ contiene como subgrafo inducido a $T(G)$, y por lo tanto a G y a $A(G)$. Por otra parte si G es conexo tambien lo es su entero. La recíproca solo vale si se conviene en considerar que G tiene tantas caras infinitas como componentes conexas.

En (55) se demuestra que si G es plano, regular de grado 3, el número cromático de $e(G)$ es a lo sumo 7. Según lo indicado en (57) este resultado había sido deducido previamente por Neuberger, pero admitiendo la validez de la conjetura de los cuatro colores. La cota indicada no es mejorable pues $e(K_4)$ tiene número cromático 7.

En (57) Mitchem caracteriza los grafos planos conexos cuyo entero es planar y aquellos con entero euleriano. Demuestra además que:

Si G es plano, conexo y e(G) es euleriano, G es euleriano.

Si G es plano y hamiltoniano, e(G) es hamiltoniano.

Este último resultado y otro dado también en (57) lo llevaron a conjeturar que si G es grafo plano sin aristas puente, entonces e(G) es hamiltoniano.

Hobbs y Mitchem (95) demostraron la validez de esta conjetura y otra propiedad relativa a enteros de bloques planos que fue mejorada por Faudree y Schelp (82) quienes demostraron que si G es plano, conexo, sin aristas puente, e(G) es completamente conexo.

En (128) se deducen propiedades eulerianas y hamiltonianas de los grafos semienteros y se caracterizan los grafos cuyo semientero es planar.

En (149) se resuelven ecuaciones que incluyen los conceptos de grafo adjunto, entero y semientero.

MULTIDIGRAFOS TOTALES

Procediendo por analogía con el caso no orientado en (6) y (12) se introdujo el concepto de digrafo adjunto de multidigrafos y en (20) el de digrafo total de digrafos sin bucles. Esta noción fue extendida para multidigrafos finitos arbitrarios por Chiappa, Maccari y Ziliani (168).

Una noción similar a la de semitotal para el caso dirigido fue estudiada por Zamfirescu (130).

Las generalizaciones dadas en (168) permiten obtener los siguientes resultados, similares a otros válidos para el caso no dirigido:

Dado un multidigrafo D con n vértices y m aristas, entonces:

a) Su total T(D) tiene n + m vértices y $3m + \sum_{i=1}^{n} d^-_{x_i} \cdot d^+_{x_i}$ arcos.

b) T(D) es unión arco disjunta de D, su digrafo adjunto y el subdigrafo cubriente de arcos (u,x_j); (x_i,u) para cada arco $u = (x_i,x_j)$.

En (20) se dan algunas propiedades relativas a la conexidad de los digrafos totales y en (145) se estudia la cromaticidad de ciertos digrafos.

La siguiente caracterización de los multidigrafos totales (ver 168) extiende la dada en (20):

Dado un multidigrafo D su total es isomorfo al cuadrado de su digrafo de subdivisión, es decir $T(D) = (S(D))^2$.

En (168) se deduce además una relación funcional entre las nociones de multigrafo total y multidigrafo total, similar a la dada entre las nociones de adjunción para el caso dirigido y el no dirigido en (122). Ella permite deducir que $T(G) = D(C(T(G^s))$ donde $T(G^s)$ es el total del simetrizado de G y C, D son operaciones definidas ad-hoc.

1932

(1) WHITNEY, H., Congruent graphs and connectivity of graphs. American J. of Mathematics, 54 (1932), 150-168. Zb. 3 pag. 328.

1941

(2) BROOKS, R.L., On colouring the nodes of a network. Proc. Camb. Phil. Soc. 37 (1941) 194-197. M.R. 6 pag. 281.

1943

(3) KRAUSZ, J., Démonstration nouvelle d'une théoremè de Whitney sur les réseaux. (en hungaro) Mat. Fiz. Lapok, 50 (1943) 75-85. Zb. 61 pag. 414. M.R. 8 pag. 284.

1956

(4) NORDHAUS, E.A. and GADDUM, W., On complementary graphs. Amer. Math. Monthly 63 (1956) 175-177.

1958

(5) BERGE, C., Théorie des graphes et ses applications. Ed. Dunod. (1958), 2da. Edit. (1963). Zb. 88 pag. 154. M.R. 21#1608.

1960

(6) HARARY, F. and NORMAN, R.Z., Some properties of line-digraphs. Rend. Circ. Mat. Palermo, Tomo IX. Serie II (1960), 161-168. Zb. 99 pag. 182. M.R. 24A#693.

1961

(7) SABIDUSSI, G., Graph derivatives. Math. Z. 76 (1961), 385-401. Zb. 109 pag. 164. M.R. 24A#53.

1962

(8) ORE, O., Theory of graphs. Amer. Math. Soc. Colloquium Publications, Vol. XXXVIII, (1962). Zb. 105 pag.354. M.R. 27#740.

1963

(9) SEDLACEK, J., Some properties of interchange graphs. Theory of graphs and its applications (Proc. Sympos. Smolenice, 1963) 145-150. Publ. House Czechoslovak Acad. Sci., Prague, 1964. Zb. 156 pag. 442. M.R. 30#3468.

1964

(10) BEINEKE, L.W., Descompositions of complete graphs into forests. Magyar Tud. Akad. Mat. Kutató Int. Közl 9 (1964). 589-594. Zb. 137 pag. 181. M.R. 32#4031.

(11) CHARTRAND, G.T., Graphs and their associated line graphs. Michigan State University, Ph. D. 1964 Mathematics.

(12) HEUCHENNE, C., Sur une certaine correspondence entre graphes. Bull. Soc. Roy. Sci. Liège 33 (1964), 743-753. Zb. 134 pag. 433. M.R. 30#5297.

(13) VIZING, V.G., On an estimate of the chomatic class of a p-graph (en ruso). Diskret. Analiz. Nro. 3 (1964), 25-30. M.R. 31#4740.

1965

(14) BEHZAD, M., Graphs and their chromatic numbers. Doct. Thesis. Michigan State University, 1965.

(15) CHARTRAND, G., The existence of complete cycles in repeated line-graphs. Bull. Amer. Math. Soc. 71 (1965), 668-670. Zb. 133 pag. 168. M.R. 31#82.

(16) HARARY, F. and NASH - WILLIAMS, C.St.J.A., On eulerian and hamiltonian graphs and line-graphs. Canad. Math. Bull. 8 (1965), 701-709. Zb. 136 pag. 447. M.R. 33#66.

(17) VIZING, V.G., Chromatic index of multigraphs. Ph. D. Dissertation. Novosibirsk (1965), (en ruso).

(18) VIZING, V.G., The chromatic class of a multigraph. Kibernetika (Kiev) 1965 Nro. 3, 29-39. Zb. 166 pag. 196 M.R. 32#7333.

1966

(19) BEHZAD, M. and CHARTRAND, G., An introduction to total graphs. Theory of graphs (Internat. Sympos., Rome, (1966) 31-33. Gordon and Breach, New York; Dunod, Paris, 1967. Zb. 177 pag. 524.

(20) CHARTRAND, G.T. and STEWART, M.J., Total digraphs. Canad. Math. Bull 9 (1966), 171-176. Zb. 139 pag. 416. M.R. 34#82.

(21) GUPTA, R.P., The chromatic index and the degree of a graph. Notices Amer. Math. Soc. 13 (1966). Abstract 66T-429.

(22) JUNG, H.A., Zu einem isomorphiesatz von H. Whitney für graphen. Math. Ann. 164 (1966), 270-271. Zb. 141 pag. 411. M.R. 33#5518.

(23) NASH - WILLIAMS C.St.J.A., Problem Nro. 48. Theory of of graphs. (Proc. Colloq. Tihany, Hungary, 1966). Edit. P. Erdős and G. Katona. Academic Press 1968.

1967

(24) BEHZAD, M., A criterion for the planarity of the total graph of a graph. Proc. Cambridge Philos. Soc. 63 (1967), 679-681. Zb. 158 pag. 207. M.R. 35#2771.

(25) BEHZAD, M. and CHARTRAND, G., Total graphs and traversability. Proc. Edinburgh Math. Soc. (2) 15 (1966/67), 117-120. Zb. 148 pag. 179. M.R. 36#1351.

(26) BEHZAD, M., CHARTRAND, G. and COOPER, J.K.(Jr.), The colour numbers of complete graphs. Journal of the London Math. Soc. Vol. 42 (1967) 226-228. Zb. 152 pag. 412. M.R. 34#7396.

(27) WILF, H.S., The eigenvalues of a graph and its chromatic number. J. London Math. Soc. 42 (1967) 330-332. Zb. 144 pag. 452. M.R. 34#7408.

1968

(28) BEHZAD, M., CHARTRAND G. and NORDHAUS, E., Triangles in line-graphs and total graphs. Indian J. Math. 10 (1968), 109-120. Zb. 177 pag. 525. M. R. 40#5471.

(29) BEHZAD, M. and RADJAVI, H., The total groups of a graph. Proc. Amer. Math. Soc. 19 (1968), 158-163. Zb. 175#208. M.R. 36#1358.

(30) CHARTRAND, G.T., On hamiltonian line-graphs. Trans. Amer. Math. Soc. 134, (1968), 559-566. Zb. 169 pag. 554. M.R. 38#68.

(31) CHARTAND G., GELLER D.P. and HEDETNIEMI S., A generalization of the chromatic number. Proc. Camb. Phil. Soc. 64 (1968) 265-271. Zb. 173 pag. 262.

(32) GELLER, D., Forbidden subgraphs. Proof techniques in Graph Theory (Proc. Second Ann Arbor Graph Theory Conf. Ann Arbor, Mich., 1968). Edit F. Harary. 37-47. Academic Press, New York, 1969. Zb. 193 pag. 531. M.R. 40#5477.

(33) GUPTA, R.P., Independence and covering numbers of line graphs and total graphs. Proof techniques in graph theory (Proc. Second Ann Arbor Graph Theory Conf., Ann Arbor, Mich., 1968). Edit F. Harary. 61-62. Academic Press, New York, 1969. Zb. 193 pag. 242. M.R. 41#1564.

(34) ROSENFELD, M., On the total chromatic number of certain graphs. Not. Amer. Math. Soc. 15 (1968) abstract 655-45.

(35) VIZING, V.G., Some unsolved problems in graphs theory Uspehi Mat. Nauk. 23 (1968) Nro. 6 (144) 117-134 (en ruso). Zb. 192 pag. 605. M.R. 39#1354.

1969

(36) AIGNER, M., Graphs whose complement an line graph are isomorphic. J. Combinatorial Theory 7 (1969), 273-275. Zb. 186 pag. 275. M.R. 39#6765.

(37) BEHZAD, M., The connectivity of total graphs. Bull Austral. Math. Soc. 1 (1969), 175-181. Zb. 174 pag. 268. M.R. 41#6706.

(38) BEHZAD, M., The total chromatic number of a graph: A survey. Comb. Math. and its Applic. (Proc. Conf., Oxford, 1969), Edit. D.J.A. Welsch. 1-8. Academic Press, London, 1971). Zb. 221#05062. M.R. 43#3163.

(39) BEHZAD, M. and RADJAVI H., Structure of regular total graphs. J. London Math. Soc., 44 (1969) 433-436. Zb. 167 pag. 521. M.R. 38#4344.

(40) CHARTRAD G. and STEWART, M.J., The connectivity of line graphs. Math. Ann. 182 (1969), 170-174. Zb. 167 pag. 522 M.R. 43#3161.

(41) HARARY, F., Graph theory. Addison - Wesley Publishing Co., Reading, Mass. Menlo Park, Calif., London, 1969. Zb. 182 pag. 577. M.R. 41# 1566.

(42) KRONK, H.V., Is the square of every non-separable graph hamiltonian? Amer. Math. Monthly 76 (1969) 1045-1046.

1970

(43) BEHZAD, M., A characterization of total graphs. Proc. Amer. Math. Soc. 26 (1970), 383-389. Zb. 203 pag. 568. M.R. 42#1689.

(44) BEINEKE, L., Derived graphs with derived complements. Recent Trends in Graph Theory (Proc. Conf. New York, 1970) 15-24, Lectures Notes in Math. Vol. 186. Springer, Berlin, 1971. M.R. 44#3901.

(45) BERGE, C., Graphes et Hypergraphes. Edit Dunod, (1970) Zb. 231#257. M.R. 50#9639.

(46) PETROELJE, W. and WALL, C., Graph-valued funtions and hamiltonian graphs. Recent Trends in Graph Theory (Proc. Conf. New York 1970) Edit M. Capobianco, J.B. Frechen, M. Krolik) Lecture Notes in Math. 186, (1971) 210-213. Zb. 214 pag. 514. M.R. 43#7360.

1971

(47) ALAVI, Y. and BEHZAD, M., Complementary graphs and edge chromatic numbers. SIAM J. Applic. Math. 20 (1971), 161-163. Zb. 217 pag. 309. M.R. 44#3923.

(48) CHARTRAND, G., GELLER, D. and HEDETNIEMI, S., Graphs with forbidden subgraphs. J. Combinatorial Theory Ser. B 10 (1971) 12-41. Zb. 223#05101. M.R. 44#2645.

(49) ROSENFELD, M., On the total coloring of certain graphs. Israel J. Math. 9 (1971) 396-402. Zb. 211 pag. 566. M.R. 43#4721.

(50) VIJAYADITYA, M., On total chromatic number of a graph. J. London Math. Soc. 3 (1971) 405-408. Zb. 223#05103. M.R. 44#2665.

1972

(51) BEHZAD, M., Total graphs. Graph theory and applications (Proc. Conf., Western Michigan Univ., Kalamazoo, Mich., 1972; dedicated to the memory of J.W.T. Youngs). Edit. Y. Alavi, D.R. Lick, A.T. White. 21-23. Lecture Notes in Math., Vol. 303, Springer, Berlin, 1972. Zb. 262#05131. M.R. 49#2462.

(52) GREENWELL, D.L. and HEMMINGER, R., Forbidden subgraphs for graphs with planar line graph. Discrete Math. 2 (1972), 31-34. Zb. 229#05111. M.R. 45#6658.

(53) HAMADA T., NONAKA, T. and YOSHIMURA, I., On the connectivity of total graphs. Math. Ann. 196 (1972), 30-38. Zb. 215 pag. 338. M.R. 45#5020.

(54) HEMMINGER, R.L., On Whitney's line graph theorem. Amer. Math. Monthly, 79, (1972), 374-378. Zb. 239#05135. M.R. 45#8562.

(55) KRONK, H.V. and MITCHEM, J., The entire chromatic number of a normal graph is at most seven. Bull. Amer. Math. Soc. 78 (1972), 799-800. M.R. 46#1632.

(56) LASKAR, R. and HARE, W., Chromatic numbers for certain graphs. J. London Math. Soc. 4 (1972) 489-492. M.R. 45#6680.

(57) MITCHEM, J., Hamiltonian and eulerian properties of entire graphs. Graphs theory and applications (Proc. Conf., Western Michigan Univ., Kalamazoo, Mich., 1972; dedicated to the memory of J.W.T. Youngs) 189-195, Lecture Notes in Math. Vol. 303, Springer, Berlin, 1972. Zb. 247#05111. M.R. 50#12808.

(58) SIMOES PEREIRA, J.M.S., A note on the cycle multiplicity of line-graphs and total graphs. J. Combinatorial Theory Ser. B 12 (1972), 194-200. Zb. 225#05113. M.R. 46#5173.

(59) SIMOES PEREIRA, J.M.S., Connectivity, line-connectivity and J-connection of the total graph. Math. Ann. 196 (1972), 48-57. Zb. 227#05118. M.R. 45#8568.

1973

(60) BERMOND, J.C., Nombre chromatique total du graphe r-parti complet. Graph Theory Neusletter 6 (1973) Abstract Nro. 5. Zb. 293#05114. M.R. 52#13459.

(61) CVETKOVIC, D., Spectrum of the total graph of a graph. Publ. Inst. Math. (Beograd) (N.S.) 16 (30) 1973, 49-52. Zb. 274#05118. M.R. 52#5483.

(62) CHARTRAND, G., POLIMENI, A.and STEWART, M., The existence of 1-factors in line graphs, squares and total graphs. Nederl. Akad. Wetensch. Proc. Ser. A 76 = Indag. Math. 35 (1973), 228-232. Zb. 262#05130. M.R. 48#176.

(63) FOURNIER, J.C., Colorations des arêtes d'un graphe. Cahiers Centre Etudes Rech. Opér. 15 (1973) 311-314. Zb. 273#05109. M.R. 50#1952.

(64) HOBBS, A.M., Some hamiltonian results in power of graphs. J. Res. Nat. Bur. Standards Sect. B 77B (1973) 1-10. Zb. 262#05124. M.R. 49#2457.

(65) HOMENKO, M.P., Genus of semitotal graphs.φ-transformations of graphs (en ucraniano, resumen en inglés y ruso), 132-143, 363-364, Vidannja Inst. Mat. Akad. Nauk Ukraïn. RSR, Kiev, 1973. Zb. 296#05108. M.R. 52#13455.

(66) HOMENKO, M. and OSTROVERHII, M., Genus of line-graphs. φ-transformations of graphs (en ucraniano, resumen en inglés y ruso), 122-131, 363 Vidannja Inst. Mat. Akad. Nauk. Ukraïn. RSR, Kiev, 1973. Zb. 296#05107. M.R. 55#155.

(67) OSTROVERHII, M., Genus of total graphs. φ -transformations of graphs (en ucraniano, resumen en inglés y ruso)., 144-154, 364. Vidannja Inst. Mat. Akad. Nauk. Ukraïn. RSR, Kiev, 1973. Zb. 296#05109. M.R. 55#5472.

(68) OSTROVERHII, M., Maximun genus of derived graphs. φ -transformations of graphs (en ucraniano, resumen en inglés). 224-233, 368. Vidannja Inst. Mat. Akad. Nauk. Ukraïn. RSR, Kiev, 1973. Zb. 296#05114. M.R. 54#10059.

(69) SAMPATHKUMAR, E. and CHIKKODIMATH, S.B., Semi-total graphs of a graph. I,II,III. J. Karnatak Univ. Sci. 18 (1973), 274-280, ibid 18 (1973), 281-284, ibid 18 (1973), 285-296. Zb. 287#05120-21-22. M.R. 50#9712.

1974

(70) AKIYAMA, J., HAMADA, T. and YOSHIMURA, I., Miscellaneous properties of middle graphs. TRU Math. 10 (1974), 41-53. Zb. 341#05125. M.R. 54#157.

(71) BERMOND, J.C., Nombre chromatique total du graphe r-parti complet. (resumen en inglés). J. London Math. Soc. (2) 9 (1974/75), 279-285. Zb. 293#05114. M.R. 52#13459.

(72) BHAVE, V. N., A characterization of total graphs. Math. Student 42 (1974) 97-98. M.R. 55#2657.

(73) COOK, R., Complementary graphs and total chromatic numbers. SIAM J. Appl. Math. 27 (1974), 626-628. Zb. 295#05102. M.R. 50#4365.

(74) ESCALANTE, F., Forbidden structures in some planar intersection graphs. Proc. of the Fifth Southeastern Conference on Combinatorics, Graphs Theory and Computing (Florida Atlantic Univ. Boca Raton, Fla., 1974) 399-415. Congressus Numeratium, Nro. X, Utilitas Math. Winnipeg, Man., 1974. Zb. 331#05127. M.R. 52#5459.

(75) FLEISCHNER, H., On spanning subgraphs of a connected bridgeless graph and their application to DT-graphs. J. Combinatorial Theory Ser. (B) 16 (1974) 17-28. Zb. 256#05120. M.R. 48#10899a.

(76) FLEISCHNER, H., The square of every two-connected graph is hamiltonian. J. Combinatorial Theory (B) 16 (1974), 29-34. Zb. 256#05121. M.R. 48#10899b.

(77) KULLI, V., A criterion for maximal outerplanarity of the total graph of a graph. J. Karnatak Univ. Sci.19 (1974), 289-292. Zb. 309#05109. M.R. 52#5491.

(78) SUMNER, D., Graphs with 1-factors. Proc. Amer. Math. Soc. 42 (1974), 8-12. Zb. 293#05157. M.R. 48#2004.

1975

(79) AKIYAMA, J., HAMADA, T. and YOSHIMURA, I., On characterizations of the middle graphs. TRU Math. 11 (1975), 35-39. Zb. 333#05124. M.R. 54#2538.

(80) ALAVI, Y. and CHARTRAND, G., The existence of 2-factors in squares of graphs. Czechoslovak Math. J. 25 (100) (1975) 79-83. Zb. 312#05124. M.R. 51#5401.

(81) CVETKOVIC, D. and SIMIC, S., Graph equations for line graphs and total graphs. Discrete Math. 13 (1975), Nro. 4, 315-320. Zb. 315#05126. M.R. 53#7859.

(82) FAUDREE, R. and SCHELP, R., The entire graph of a bridgeless connected plane graph is panconnected.J. London Math. Soc. (2) 12 (1975/76), Nro. 1, 59-66. Zb. 314#05115. M.R. 52#5460.

(83) FLEISCHNER, H., Hamiltonsche totale graphen von ebenen graphen. Math. Nachr. 68 (1975), 83-91. Zb. 313#05119. M.R. 52#5476.

(84) FLEISCHNER, H. and HOOBS, A., A necessary condition for the square of a graph to be hamiltonian. J. Combinatorial Th. (B) 19, (1975), 97-118. Zb. 315#05120. M.R. 54#2535.

(85) FLEISCHNER, H. and HOBBS, A., Hamiltonian total graphs. Math Nachr. 68, (1975), 59-82. Zb. 313#05118. M.R. 52#5475.

(86) HAMADA, T., KITAMURA, T. and YOSHIMURA, I., On the connectivities of the generalized line, middle and total graph. Bull. Fac. Sci. Ibaraki Univ. Ser. A Nro. 7 , (1975), 47-54. M.R. 52#159.

(87) LAS VERGNAS, M., A note on matchings in graphs. Colloque sur la Theorie des Graphes (Paris, 1974) Cahier Centre Etudes Recherche Oper. 17 (1975), 257-260. Zb. 315#05123. M.R. 54#171.

(88) SPERANZA, F., Colorazioni di specie superiore d'un grafo. Boll. Un. Mat. Ital. Ser. IV Vol 12. Suppl. Fasc. 3 (1975), 53-62. Zb. 335#05107.

(89) SUGIYAMA, K., On the point-line graph of a graph. (resumen en japonés). Sci. Rep. Fac. Ed. Gifu Univ. Natur. Sci. 5, Nro. 4, 287-291, (1975). M.R. 54#2548.

1976

(90) AKIYAMA, J., HAMADA, T. and YOSHIMURA, I., Graph equations for line graphs, total graphs and middle graphs. TRU Math. 12 (1976), Nro. 2, 31-34. Zb. 402#05058. M.R. 57#177a.

(91) BONDY, J.A. and MURTY, U.S.R., Graph theory with applications. American Elsevier Publishing Co., 1976. M.R. 54#117.

(92) ESCALANTE, F. and SIMOES PEREIRA, J., Just two total graphs are complementary. Monatsh. Math. 81, (1976), Nro. 1, 5-13. Zb. 345#05122. M.R. 53#7860.

(93) HAMADA, T. and YOSHIMURA, I., Traversability and connectivity of the middle graph of a graph. Discrete Math. 14 (1976), Nro. 3, 247-255. Zb. 319#05122. M.R. 54#2537.

(94) HOBBS, A., Powers of graphs, line graphs and total graphs. Theory and applications of graphs (Proc. Internat. Conf. Western Mich. Univ., Kalamazoo, Mich., 1976), 271-285, Lecture Notes in Math., 642, Springer, Berlin, 1978. M.R. 81f#05117.

(95) HOBBS, A. and MITCHEM, J., The entire graph of a bridgeless connected plane graph is hamiltonian. Discrete Math. 16 (1976), Nro. 3, 233-239. M.R. 55#10317.

(96) KULLI, V., The semitotal-block graph and the total-block graph of a graph. Indian J. Pure Appl. Math. 7 (1976), Nro. 6, 625-630. Zb. 401#05064. M.R. 58#27650.

(97) KULLI, V. and PATIL, H., Minimally nonouterplanar graphs and some valued functions. J. Karnatak Univ. Sci. 21, (1976), 123-129. M.R. 58#5405.

(98) MEYER, J., Nombre chromatique total du joint d'un esemble stable par un cycle. Discrete Math. 15, Nro. 1, (1976), 41-54. Zb. 324#05105. M.R. 53#10635.

(99) NIRMALA, K., Complementary graphs and total chromatic numbers. Proc. of the Symposium on Graph Theory (Indian Statist. Inst., Calcutta, 1976), 227-245, ISI Lecture Notes, 4, Macmillan of India, New Delhi, 1979. M.R. 80m#05068.

(100) NORDHAUS, E., Generalizations of graphical parameters. Theory and applications of graphs. (Proc. Internat. Conf. Western Mich. Univ., Kalamazoo, Mich., 1976), 420-425, Lecture Notes in Math., 642, Springer, Berlin, 1978. M.R. 80f#05066.

1977

(101) ALAVI, Y., BEHZAD, M., LESNIAK-FOSTER, L. and NORDHAUS, E., Total matchings and total coverings of graphs. J. Graph Theory 1 (1977), Nro. 2, 135-140. Zb. 376#05045. M.R. 56#15494.

(102) DORFLER, W., Double covers of graphs and hypergraphs. Contributions to graph theory and its applications. (Internat. Colloq. Oberhof, 1977) (en alemán) 67-79. Tech. Hochschule Ilmenau, Ilmenau 1977. M.R. 82c#05074.

(103) ERDOS, P. and MEIR, A., On total matching numbers and total covering numbers of complementary graphs. Discrete Math. 19 (1977) 229-233. Zb. 374#05047.

(104) GREENWELL, D. and HEMMINGER, R., Line graphs, total graphs and forbidden subgraphs. Proceedings of the Eight Southeastern Conference on Combinatorics Graph Theory and Computing (Louisiana State Univ. Baton Rouge, La., 1977), 345-353, Congress. Numer., XIX, Utilitas Math., Winnipeg, Man., 1977. Zb. 422#05055. M.R. 81i#05115.

(105) KOSTOCHKA, A., The total coloring of a multigraph with maximal degree 4. Discrete Math. 17 (1977) Nro. 2, 161-163. Zb. 411#05038. M.R. 56#11838.

(106) KULLI, V. and AKKA, D., Traversability and planarity of total-block graphs. J. Mathematical and Physical Sci. 11 (1977), Nro. 4, 365-375. Zb. 377#05030. M.R.58#5373.

(107) RAO, S. and RAVINDRA, G., A characterization of perfect total graphs. J. Mathematical and Physical Sci. 11 (1977), Nro. 1, 25-26. Zb. 373#05058. M.R. 58#21860.

1978

(108) AKIYAMA, J., Forbidden subgraphs for planar total graphs, middle graphs and iterated line graphs. J. Combin. Inform. System Sci. 3 (1978), Nro. 4, 255-260. Zb. 404#05055. M.R. 80h#05022.

(109) COCKAYNE, E., HEDETNIEMI, S. and MILLER, D., Properties of hereditary hypergraphs and middle graphs. Canad. Math. Bull. 21 (1978) Nro. 4, 461-468. Zb. 398#05044. M.R. 80m#05087.

(110) DORFLER, W., Double covers of hypergraphs and their properties. Ars. Combin. 6 (1978), 293-313. M.R. 82d#05085.

(111) GAVRIL, F., A recognition algorithm for the total graphs. Networks 8 (1978), Nro. 2, 121-133. Zb. 369#05048. M.R. 81j#68079.

(112) HEMMINGER, R. and BEINEKE, L., Line graphs and line digraphs. (Selected Topics in Graph Theory) Ed. I.W. Beineke - R.J. Wilson. Academic Press, (1978), 271-305. Zb. 434#05056. M.R. 81e#05059.

(113) KULLI, V. and AKKA, D., Traversability and planarity of semitotal-block graphs. J. Math. Phys. Sci. 12 (1978), Nro. 2, 177-178. Zb. 384#05056. M.R. 58#10615.

(114) KULLI, V. and ANNIGERI, N., Total graphs with crossing number 1. J. Math. Phys. Sci. 12 (1978) Nro. 6, 615-617 Zb. 397#05047. M.R. 80a#05084.

(115) KULLI, V. and PATIL, H., Graph equations for line graphs, middle graphs and entire graphs. J. Karnatak Univ. Sci. 23 (1978), 25-28. Zb. 446#05042. M.R. 82b#05105.

(116) MEIR, A., On total covering and matching of graphs. J. Combinatorial Theory Ser. B 24 (1978) Nro. 2, 164-168. Zb. 379#05050. M.R. 58#5375.

(117) MEYER, J., Nombre chromatique total d'un hypergraphe, J. Combinatorial Theory Ser. B 24 (1978), Nro. 1, 44-50. Zb. 311#05139. M.R. 58#5333.

(118) SATO, I., On a few clique-graph equations. TRU Math. 14 (1978), Nro. 2, 31-36. Zb. 418#05043. M.R. 80m#05097.

(119) SIMIC, S., On the decomposition of the line (total) graphs with respect to some binary operations. Publ. Inst. Math. (Beograd) (N.S.) 24 (38) (1978), 163-172. Zb. 407#05069. M.R. 80m#05099.

1979

(120) AKIYAMA, J. and HAMADA, T., The decompositions of line graphs, middle graphs and total graphs of complete graphs into forests. Discrete Math. 26 (1979), Nro. 3, 203-208. M.R. 80h#05020.

(121) CVETKOVIC, D.M. and SIMIC, S.K., A bibliography of graph equations. J. Graph Theory 3 (1979), Nro. 4, 311-324. Zb. 423#05038. M.R. 80j#05054.

(122) CHIAPPA, R.A., Sur la notion d'adjoint aux graphes orientés et aux graphes non orientés. Rend. Mat., 12, (1979), 85-104. Zb. 425#05048. M.R. 80m#05091.

(123) NEBESKY, L., On the existence of 1-factors in partial squares of graphs. Czechoslovak Math. J. 29 (104) (1979), Nro. 3, 349-352. Zb. 403#05061. M.R. 81b#05098.

(124) NEBESKY, L., On 2-factors in squares of graphs. Czechoslovak Math. J. 29 (104), (1979), Nro. 4, 588-594. Zb. 425#05059. M.R. 81h#05106.

1980

(125) DESHPANDE, N.V. and RANADIVE, V.S., A note on the hamiltonian properties of the total graphs. Math. Ed. (Siwan) 14, (1980), Nro. 2, A25-A26. Zb. 448#05046. M.R. 82e#05092.

(126) FINK, J.F., Mixed Ramsey numbers: total chromatic number vs. stars (the diagonal case). J. Combin. Inform. System Sci. 5 (1980), Nro. 3, 200-204. Zb. 445#05068. M.R. 83d#05073.

(127) GIONFRIDDO, M., Automorfismi colorati e colorazioni L(r,s) in un grafo. Boll. Unione Mat. Ital. V Ser. B 17 (1980) 1338-1349. Zb. 481#05029.

(128) KULLI, V.R. and AKKA, D.G., On semientire graphs. J. Math. Phys. Sci. 14 (1980), Nro.6, 585-588. Zb. 483#05043. M.R. 83a#05092.

(129) SCOTTI, F., A characterization of the total graphs of BIB designs. Istit. Lombardo Accad. Sci. Lett. Rend. A 114 (1980), 125-131. Zb.501#05053. M.R. 84i#05098.

(130) ZAMFIRESCU, C., Local and global characterizations of middle digraphs. The theory and applications of graphs (Kalamazoo, Mich., 1980), 593-607, Wiley, New York, 1981. Zb. 476#05040. M.R. 84c#05046.

1981

(131) MICHALAK, D., On middle and total graph with coarseness number equal 1. Graph theory , Proc. Conf. Lagow Pol. 1981. Lect. Notes Math. 1018 (1983) 139-150. Zb. 533#05025.

(132) SASTRY, D.V.S. and RAJU, B., Some nonisomorphic graphs. Indian J. Pure Appl. Math. 12 (1981), Nro. 2, 191-192. M.R. 82e#05115.

(133) SIMIC, S.K., Graphs having planar complementary line (total) graphs. Publ. Inst. Math. (Beograd) (N.S.) 29 (43) (1981), 215-219. Zb. 514#05049. M.R. 84h#05108.

1982

(134) BAUER, D. and TINDELL, R., The connectivities of line and total graphs. J. Graph Theory 6 (1982), Nro. 2, 197-203. Zb. 457#05045. M.R. 84d#05113.

(135) BAUER, D. and TINDELL, R., The connectivities of the middle graph. J. Combin. Inform. System Sci. 7 (1982), Nro. 1, 54-55. Zb. 502#05038. M.R. 84c#05060.

(136) CHIAPPA, R.A., Palabras circulares equilibradas. Grafos adjuntos. Notas de Matemática Discreta 1, Univ. Nac. del Sur, Inst. de Matemática, Bahía Blanca, (1982). Zb. 502#05053. M.R. 84d#05109.

(137) MILAZZO, F., Automorphism groups of T -colorings and relations on the s-chromatic numbers of a graph. (en italiano). Atti Semin. Mat. Fis. Univ. Modena 31 (1982), 78-85. Zb. 527#05034.

(138) SYSLO, M. and TOPP, J., On the planarity and outerplanarity of generalized line-graphs and generalized middle-graphs. Graphs and other combinatorial topics. Proc. 3 Czech. Symp. Prague 1982. Teubner Texte. Math. 59 (1983) 302-306. Zb. 543#05025.

(139) VACIRCA, V., $T_{r,s}$ -colorings of a graph and their associated automorphism groups. (en italiano). Atti Semin. Mat. Fis. Univ. Modena 31 (1982), 86-94. Zb. 527#05035.

1983

(140) BOROWIECKI, M. and MICHALAK, D., Some properties of middle graphs of hypergraphs. Discuss. Math. 6 (1983) 37-40. Zb. 563#05036.

(141) CLEVES, E.M. and JACOBSON, M.S., On mixed Ramsey numbers: total chromatic number versus graphs. Combinatorics, graph theory and computing. Proc. 14th.-Southeast Conf. Boca Raton, Flo. 1983, Congr. Numerantium 39 (1983) 193-201. Zb. 534#05046.

(142) GOULD, R. and JACOBSON, M., A note on mixed Ramsey numbers: total chromatic number versus complete graphs. J. Combin. Inform. System Sci. 8 (1983) 181-184. M.R. 86h#05051.

(143) MICHALAK, D., On line and middle graphs with point-coarseness number one. Discuss. Math. 6 (1983) 73-78 . Zb. 551#05040.

1984

(144) MILAZZO, F. e VACIRCA, V., Colorazioni totali di specie superiore di un grafo. Riv. Mat. Univ. Parma 10 (1984) 137-142. M.R. 87i#05099.

(145) MILAZZO, F. e VACIRCA, V., On the total oriented s-chromatic number of some remarkable classes of antisymmetric complete digraphs. (en italiano). Boll. Unione Mat. Ital. VI Ser. A 3 (1984) 151-157. Zb. 534#05031.

(146) OLEJNIK, F., On total matching numbers and total covering numbers for k-uniform hypergraphs. Math. Slovaca 34 (1984) 319-328. Zb. 608#05062.

(147) RAVINDRA, G., Strongly perfect line graphs and total graphs. Finite and infinite sets Vol. I-II (Eger. 1981). Colloq. Math. Soc. J. Bolyai 37. North Holland (1984) 621-633. Zb. 579#05055. M.R. 87b#05115.

(148) SASTRY, D.V.S. and RAJU, B.S.P., Graph equations for line graphs, total graphs, middle graphs and quasitotal graphs. Discrete Math. 48 (1984) 113-119. Zb. 536#05059 M.R. 86a#05106.

1985

(149) AKKA, D.G., Graph equations for line graphs, entire graphs and semi-entire graphs. J. Math. Phys. Sci. 19 (1985) 511-518. Zb. 613#05051.

(150) BOROWIECKI, M., On comiddle graphs and a hypergraph equation for middle graphs. Graphs, hypergraphs and matroids. (Zagan 1985) Higher College Engrg., Zielona Góra (1985) 25-33. Zb. 595#05056. M.R. 87i#05148.

(151) BOROWIECKI, M. and MICHALAK, D., The independence graphs of hypergraphs and middle graphs. Discuss. Math. 7 (1985) 31-37. M.R. 87j#05119a.

(152) MICHALAK, D., Strong independence graphs of hypergraphs and middle graphs. Discuss. Math. 7 (1985) 79-82. M.R. 87j#05119b.

(153) PATIL, H.P., A structure theorem for middle graphs with crossing number 1 or 2. Boll. Malaysian Math. Soc. 8 (1985) 47-50. Zb. 594#05030. M.R. 87g#05195.

(154) PATIL, H.P., Isomorphisms of duplicate graphs with some graph-valued functions. J. Combin. Inform. System. Sci. 10 (1985) 36-40. M.R. 89g#05091.

(155) PATIL, H.P., k-trees and some graph-valued functions. Discuss. Math. 7 (1985) 87-91. Zb. 595#05024. M.R. 87i#05081.

(156) PATIL, H.P. and KULLI, V.R., Characterizations of minimally nonouterplanar middle graphs. Discuss. Math. 7 (1985) 93-95. Zb., 595#05064. M.R. 87h#05173.

(157) PATIL, H.P. and KULLI, V.R., Middle graphs and crossing numbers. Discuss. Math. 7 (1985) 97-106. Zb. 594#05031. M.R. 87h#05174.

(158) SAITO, A. and TIAN, S., The binding number of line graphs and total graphs. Graphs Comb. 1 (1985) 351-356. Zb. 609#05061. M.R. 89m#05064.

1986

(159) KULLI, V.R. and PATIL, H.P., Graph equations for line-graphs, total-block graphs and semitotal-block graphs. Demonstratio Math. 19 (1986) 37-44. M.R. 87m#05156.

(160) MICHALAK, D., Some properties of total graphs of hypergraphs. Discuss. Math. 8 (1986) 31-35. M.R. 89b#05129.

(161) RADOSAVLJEVIC, Z. and SIMIC, S., Computer aided search for all graphs such that both graph and its complement have its spectrum rounded below -2. Proc. First Catania Int. Comb. Conf. on Graphs, Steiner Systems and their Applications. Vol. 1 (Catania 1986). Ars. Combin. 24 (1987) A, 21-27. M.R. 89d#05153.

(162) RAO, P.R., Characterization of line graphs and total graphs of some graph products. Utilitas Math. 29 (1986) 5-18. Zb. 568#05045. M.R. 87i#05169.

(163) TOOP, J. and ULATOWSKI, W., On distances in middle and total graphs. Discuss. Math. 8 (1986) 37-44. M.R. 89a#05127.

1987

(164) BORODIN, O.V., Coupled colorings of graphs on a plane (en ruso). Metody Diskret Analiz. Nro. 45 (1987) 21-27, 95. M.R. 89d#05069.

(165) CHIAPPA, R.A. y ZILIANI, A.N., Recopilación bibliográfica de trabajos sobre grafos adjuntos y totales. Inf. Técnico Nro. 10, Inst. Mat., Bahía Blanca, Univ. Nac. del Sur, 1987. 1-52.

1989

(166) BORODIN, O.V., On the total coloring of planar graphs. J. Reine Angew. Math. 394 (1989) 180-185. M.R. 89m#05049.

(167) YAP, H.P., Total colourings of graphs. Bull. London Math. Soc. 21 (1989) 159-163. M.R. 89m#05053.

(168) CHIAPPA, R.A., MACCARI, A.H. and ZILIANI, A.N., A relation between total multigraphs and total multidigraphs. A publicar en Rend. Mat.

INDICE ALFABETICO